

# НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ТОПОЛОГИИ

## Курс А.Б. Скопенкова

Будут изучаться важные приложения алгебраической топологии к классической проблеме классификации заузливаний многообразий в евклидовых пространствах (и к ее обобщениям — к изучению отображений без  $r$ -кратных точек).

Для его изучения достаточно знания основ гомотопической топологии и теории гомологий [S20, §§3-8]. Однако для работы с новыми понятиями потребуются математическая культура. Каждое следующее занятие рассчитано на тех, кто решил большинство простых задач на понимание предыдущих.

Экзамен состоит из решения задач в течение семестра и письменных контрольных работ.

Подробная информация (в частности, задачи к 1-му занятию): страница А. Скопенкова, перейти на <http://www.mcsme.ru/circles/oim/home/combtop13.htm#appl>.

### Примерная программа

1. Двойственность Александера и невложимость проективных пространств [S20, §11]
2. Инвариант Хефлигера-Ву вложений. Теорема Хефлигера о его полноте. Примеры неполноты. [S06, §5]
3. Препятствия к гомотопности отображений комплекса в сферу. [FF, §18] Эквивариантная версия для  $\mathbb{Z}_2$ -комплекса и сферы с антиподальной инволюцией. [A93, Ch. 7]
4. Связь эквивариантных и обычных когомологий: точная последовательность Тома-Смита-Гизина-Ричардсона. [FF, §15] [A93, Ch. 7]
5. Изотопическая классификация вложений замкнутого  $k$ -связного многообразия в  $\mathbb{R}^{2n-k}$  при помощи теоремы Хефлигера. [A93, Ch. 7]
6. То же в  $\mathbb{R}^{2n-2k+1}$ . [BG]
- 7.\* Изотопическая классификация вложений  $S^p \times S^q$  в  $\mathbb{R}^m$  при помощи теоремы Хефлигера. [S06, §6]
8. Точные последовательности Гизина, Вана и Серра. Применения. [FF, §22], [S16]
- 9.\* Спектральные последовательности. [C06, MC], [FF, §20, §21] Применения к отображениям без  $r$ -кратных точек для  $r$  степени простого. [S16]
10. Параметрическая связная сумма и ее применения к построению вложений. [S05]

### Литература

- [A93] *M. Adachi*. Embeddings and Immersions. AMS, 1993. (Transl. of Math. Monographs; V. 124).
- [BG] *J. Becker and H. Glover*. Note on the embedding of manifolds in Euclidean space, Proc. of the AMS 27 (1971), 405–410.
- [C06] *T.Y. Chow*. You could have invented spectral sequences, NOTICES of the AMS, 2006, 15–19, <https://www.ams.org/notices/200601/fea-chow.pdf>
- [FF] А. Т. Фоменко и Д. Б. Фукс, Курс гомотопической топологии, М, Наука, 1989.
- [L13] *M. de Longueville*. A course in topological combinatorics. Universitext. Springer, New York (2013).
- [MC] *J. McCleary*. A User's Guide to Spectral Sequences, 2nd ed., Cambridge University Press, 2001.
- [S05] *A. Skopenkov*. A new invariant and parametric connected sum of embeddings, Fund. Math. 197 (2007) 253–269, arxiv:math/0509621.
- [S06] *A. Skopenkov*, Embedding and knotting of manifolds in Euclidean spaces, London Math. Soc. Lect. Notes, 347 (2008) 248–342, arXiv:0604045.
- [S16] А. Б. Скопенков, Топологическая гипотеза Тверберга, УМН, 73:2 (2018), 344–377; полная версия: arXiv:1605.05141.
- [S20] А. Скопенков, Алгебраическая топология с геометрической точки зрения, М, МЦНМО, 2020, <http://www.mcsme.ru/circles/oim/obstruct.pdf>.