ПРОГРАММА КУРСА

Звездочкой отмечены вопросы, на которые, скорее всего, не хватит времени.

1. Зачем нужна топология.
   Примеры топологических утверждений: “лемма о блинах” в размерности 1, 2 и 3.
2. Топологическое пространство.
   Топологическое пространство и непрерывное отображение. Категория **Top**. Гомеоморфизм. Хаусдорфовость и связность.
3. Как строить топологические пространства.
   Метрическое пространство. Топология подмножества. Фактор-топология. Прямое произведение. Склейка пространств, *джойн и тому подобное.
4. Гомотопии, связность и гомотопическая эквивалентность.
   Гомотопия отображений. Линейная связность. Гомотопическая категория. Гомотопическая инвариантость связности и линейной связности.
5. Компактность.
   Понятие компакта. Поведение компактов при отображениях. Описание компактных подмножеств метрических пространств и в особенности $\mathbb{R}^n$. *Двойственность “замкнутый-компактный”.
6. Фундаментальная группа.
   Фундаментальный группоид и фундаментальная группа. Поведение при отображениях и функториальность. Фундаментальная группа окружности. *Теорема Ван Кампена.
7. Накрытия.
   Категория накрытий. Теорема о накрывающей гомотопии. Соответствие между накрытиями с данной базой и подгруппами фундаментальной группы базы.
8. *Высшие гомотопические группы.
   Вычисление $\pi_k(S^n)$ при всех $k \leq n$ по Фрейденталю. Степень отображения, индекс пересечения, коэффициент зацепления. Точная гомотопическая последовательность расслоения, вычисление $\pi_3(S^2)$. Умножение Уайтхеда и действие фундаментальной группы на высшие гомотопические группы.