

НАЗВАНИЕ КУРСА: ВВЕДЕНИЕ В ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ II ЛЕКТОР: Владимир Медведев

Геометрический анализ - молодая и активно развивающаяся область математики, где исследуется взаимосвязь анализа, геометрии и топологии риманова многообразия. В этом семестре мы поговорим про два важных достижения геометрического анализа - доказательство теоремы о положительной массе в общей теории относительности и решение задачи Ямабе. Эта часть курса *не зависима* от курса ВВЕДЕНИЕ В ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ осеннего семестра, т.к. основные факты, необходимые для понимания материала этого семестра, будут напомнены. Для понимания курса желательно знание основ римановой геометрии и теории уравнений с частными производными.

ПРОГРАММА КУРСА:

I. Основные сведения из римановой геометрии и теории уравнений с частными производными: тензор Римана, тензор Риччи, тензор Вейля, скалярная кривизна, средняя кривизна, радиус инъективности, конформные метрики, изменение кривизны при конформной деформации метрик, дифференциальные уравнения в частных производных на римановых многообразиях, слабые и сильные решения, функция Грина, соболевские пространства на римановых многообразиях и их вложения, критический случай вложения соболевских пространств.

II. Теорема о положительной массе: уравнения Эйнштейна в общей теории относительности, вариация скалярной кривизны, функционал Гильберта-Эйнштейна, оператор Якоби, многообразия неположительной скалярной кривизны vs многообразия положительной скалярной кривизны, минимальные подмногообразия и их стабильность, формула монотонности, асимптотически плоские многообразия, масса Арновитта-Дезера-Мизнера, доказательство теоремы о положительной массе (по Шейну-Яу).

III. Задача Ямабе: уравнение Ямабе и предельный случай вложения соболевских пространств, вариационная формулировка задачи Ямабе и инвариант Ямабе, решение задачи Ямабе в двумерном случае и теорема об униформизации, решение задачи Ямабе в старшей размерности Обэном и Шейном.

ЛИТЕРАТУРА:

Topics on Minimal Surfaces by R. Schoen

Topics in Scalar Curvature by R. Schoen

R. Schoen and S.-T. Yau. Lectures on Differential Geometry

T. Aubin. Some Nonlinear Problems in Riemannian Geometry.