

Спецкурс

Введение в программу минимальных моделей

Константин Логинов

ЦЕЛЬ КУРСА

Курс представляет собой введение в бирациональную геометрию и программу минимальных моделей (ПММ) в размерности 3 и выше. Мы докажем основные теоремы ПММ, рассмотрим различные классы особенностей, разберем примеры. Затем обсудим геометрию многообразий, получающихся в итоге применения ПММ: расслоений Мори и минимальных моделей. Если останется время, поговорим про обрыв флипов в размерности 4. Курс можно рассматривать как продолжение спецкурса “Введение в бирациональную геометрию”, читавшегося в МИАН в осеннем семестре 2021 года. В нем мы в основном работали с размерностью 2. Знакомство с его содержанием полезно, но необязательно. Курс рассчитан на студентов (бакалавров, магистров или аспирантов), интересующихся алгебраической геометрией. От них ожидается некоторое знакомство с этой наукой, например, в рамках глав 2 и 3 книжки Хартсхорна.

ПРИМЕРНОЕ СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

- (i) Геометрия пар, особенности пар. Поведение дискрепантностей при конечных морфизмах.
- (ii) Циклические накрытия. Теоремы Кодаиры и Каваматы-Фивега об обращении в нуль.
- (iii) Программа минимальных моделей и ее вариации: логарифмическая, относительная, с действием группы, для линейных систем.
- (iv) Теорема о свободе от базисных точек. Теорема Шокурова о необращении в нуль.
- (v) Теорема о стягивании, теорема о конусе, теорема о рациональности.
- (vi) Расслоения Мори в размерности три: многообразия Фано, расслоения на поверхности дель Пеццо, расслоения на коники.
- (vii) Флопы как преобразования между минимальными моделями.
- (viii) Техника Bend and break.
- (ix) Существование и обрыв флипов.

ЛИТЕРАТУРА

- (i) Ю. Г. Прохоров, Особенности алгебраических многообразий,
- (ii) Já. Kollár, K. Smith, A. Corti, Rational and nearly rational varieties,
- (iii) K. Matsuki, Introduction to the Mori theory,
- (iv) Já. Kollár, S. Mori, Birational geometry of algebraic varieties.