

Мягкие задачи в дифференциальной геометрии

Андрей Рябичев. НМУ, весна 2022

Больше шестидесяти лет назад С. Смейл показал, что любые два погружения $S^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ регулярно гомотопны. Обобщая эту технику, им с М. Хиршем удалось доказать, что для любых двух многообразий M, N , таких что $\dim M < \dim N$, пространство погружений $M \rightarrow N$ слабо гомотопически эквивалентно пространству послойных мономорфизмов $TM \rightarrow TN$.

Впоследствии М. Громов сильно развил и широко популяризировал аналогичный подход, применив его к большому количеству геометрических задач. Громов назвал его h -принципом (“ h for homotopy”), поскольку его суть в редукции геометрических условий к гомотопическим. Мы разберём несколько примеров его применения к отображениям с заданными особенностями.

Курс рассчитан на студентов 3–5 курса.

Вот примерная программа. Про пункты, *выделенные курсивом*, предполагается, что слушатели знакомы с ними в некотором приближении; но эти пункты могут быть подробно разобраны, в зависимости от запросов аудитории.

- теорема Смейла-Хирша;
- классификация погружений с точностью до регулярной гомотопии;
- *пространство струй, струйные расширения гладких отображений;*
- *лемма Сарда;*
- трансверсальность векторных подпространств, трансверсальность подмногообразий;
- слабая и сильная теоремы Тома о трансверсальности;
- устойчивость погружений с нормальными пересечениями;
- h -принцип Элиашберга для отображений с заданными складками (для отображений многообразий одинаковой размерности и из большей размерности в меньшую);
- *локальные системы и характеристические классы;*
- отображения 2- и 3-мерных многообразий с заданными бордмановскими особенностями;
- погружения с морщинами;
- параметрический h -принцип Элиашберга для отображений с заданными складками.

Дополнительные пункты (будут разобраны при наличии времени/сил/желания слушателей):

- * h -принцип для отображений с заданными бордмановскими особенностями;
- * многочлены Тома для классов бордмановских особенностей;
- ** видимые контуры, инварианты множества критических значений.

Литература.

Книги:

Голубицкий, Гийемин. *Устойчивые отображения и их особенности*;
Громов. *Дифференциальные соотношения с частными производными*;
Мишачев, Элиашберг. *Введение в h -принцип*;
Хирш. *Дифференциальная топология*.

Статьи:

Элиашберг. *Об особенностях типа складки* (1970);
Элиашберг. *Хирургия особенностей гладких отображений* (1972);
Eliashberg, Mishachev. *Wrinkling of smooth mappings and its applications–i* (1997);
Eliashberg, Mishachev. *Topology of spaces of S -immersions* (2011).