

# Уравнения с частными производными

Вводный курс

А.М. Филимонов (amfilimonov@yandex.ru)

*"В отличие от обыкновенных дифференциальных уравнений нет единой теории уравнений с частными производными".*

В.И. Арнольд

Геометрия ОДУ и УрЧП. Пример Пикара линейного уравнения с частными производными первого порядка, с постоянными коэффициентами и непрерывной правой частью, не имеющего решений в любой окрестности. Примеры Ковалевской и Адамара. Теорема Ковалевской. Терминология. Линейные уравнения и системы. Символ и главный символ оператора. Классификация линейных уравнений второго порядка. Классификация по Петровскому систем уравнений. Обобщения.

Гиперболические задачи. Волновое уравнение в одномерном и многомерном случаях. Задача Коши и смешанная задача. Задача Штурма - Лиувилля. Теорема Гильберта - Шмидта. Гиперболические уравнения и системы высших порядков. Пример: системы с памятью и уравнение Ишлинского. Волны. Фронт волны для уравнений высших порядков и систем.

Эллиптические задачи. Уравнение Лапласа в ограниченной и неограниченной областях, постановка задач. Функция Грина. Уравнения высших порядков и системы. Положительно определенные операторы. Энергетическое пространство. Задача о минимизации квадратичного функционала. Обобщенное решение. Пространства Соболева. Теорема вложения в  $C$ .

Параболические задачи. Постановка задач. Теплопроводность и диффузия. Связь с стохастическими дифференциальными уравнениями. Параболические уравнения и системы высших порядков. Диффузионные задачи с отклонением по времени и их аппроксимации.

Элементы теории обобщенных функций. Преобразование Фурье. Фундаментальное решение. Лестница Хермандера.

*Комментарий. Несмотря на то, что курс носит вводный характер, предполагается владение основами анализа, алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений. Необходимые сведения по функциональному анализу кратко сообщаются по ходу изложения.*