

ПРОСТРАНСТВА И СТЕКИ
МОДУЛЕЙ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ КРИВЫХ

Программа курса

0. Классическая алгебро-геометрическая теория

- ...0.0. Что такое кривая над полем?
- ...0.1. Расширения поля \mathbb{k} степени трансцендентности 1.
- ...0.2. Конечные расширения поля $\mathbb{k}(x)$.
- ...0.3. Бирациональная и бирегулярная классификация кривых.
- ...0.4. Род кривой. Равносильные определения.
- ...0.5. Гиперэллиптические и канонические кривые. Теорема Петри.
- ...0.6. Функтор семейств и его непредставимость.
- ...0.7. Элементы геометрической теории инвариантов.
- ...0.8. Грубые пространства модулей $\mathcal{M}_g(\mathbb{k})$ и их накрытия $\widehat{\mathcal{M}}_g(\mathbb{k})$.
- ...0.10. Компактификация Делиня-Мамфорда $\overline{\mathcal{M}}_g(\mathbb{k})$.

1. Трансцендентная теория

- ...1.0. Пространства модулей кривых по Риману.
- ...1.1. Квазиконформные отображения и пространства Тайхмюллера \mathcal{T}_g .
- ...1.2. Компактные римановы поверхности и их униформизация.
- ...1.3. Фуксовы и квазифуксовы группы.
- ...1.4. Теорема существования Римана.
- ...1.5. Модулярная группа Mod_g и изоморфизм $\mathcal{M}_g(\mathbb{C}) \cong \frac{\mathcal{T}_g}{\text{Mod}_g}$.
- ...1.6. Когомологии пространств $\mathcal{M}_g(\mathbb{C})$, $\widehat{\mathcal{M}}_g(\mathbb{C})$ и $\overline{\mathcal{M}}_g(\mathbb{k})$.
- ...1.7. Орбифолдическая эйлерова характеристика пространства $\mathcal{M}_g(\mathbb{C})$.

2. Введение в топологии Гротендика.

- ...2.0. Покрытия топологического пространства: множество или категория?
- ...2.1. Определение топологии Гротендика.
- ...2.2. Пучки на топологиях Гротендика. Примеры.
- ...2.3. Этальные когомологии. Теоремы сравнения.
- ...2.4. Алгебраические стеки.

3. Стеки Делиня-Мамфорда

- ...3.0. Грубые и тонкие пространства модулей
- ...3.1. Определение стеков $\mathfrak{M}_g(\mathbb{Z}[\frac{1}{n}])$ и их вариантов.
- ...3.2. Применение к неприводимости $\mathcal{M}_g(\mathbb{k})$.
- ...3.3. Проблемы модулей и их групп Пикара.
- ...3.4. Открытые проблемы и подходы к ним.

Г.Б. Шабат