

Введение в математику - домашнее задание 1

Дедлайн: 21 сентября 2025

- (1) Постройте отрицания к следующим утверждениям:
 - (a) В магазине есть весящий больше 10 кг, да ещё и вкусный, арбуз.
 - (b) Если все арбузы в магазине вкусные, то среди них найдётся не зелёный.
 - (c) Если в магазине есть вкусный арбуз, то все арбузы в магазине зелёные.
- (2) Какие из следующих свойств: рефлексивность, симметричность, антисимметричность и транзитивность, выполнены для следующих отношений:
 - (a) « x и y параллельны» на множестве X всех прямых плоскости;
 - (b) « x и y имеют одну и ту же последнюю цифру» на $X = \mathbb{Z}_{>0}$;
 - (c) « x делится на y » на $X = \mathbb{Z}_{>0}$;
 - (d) « x и y соединены ребром» на множестве X вершин некоего графа;
 - (e) «существует путь из x в y » на множестве X вершин некоего графа;
 - (f) « $x - y$ сходится к 0» для множества X фундаментальных последовательностей рациональных чисел.
- (3) Как одним словом описать фактормножество для каждого отношения эквивалентности из предыдущей задачи?
- (4) Дан связный конечный ориентированный граф без ориентированных циклов. Докажите, что отношение «существует ориентированный путь из x в y » на множестве вершин графа можно дополнить до отношения линейного порядка.
- (5) Выпишите все подмножества множества $\{\emptyset, \{0\}, 2\}$.
- (6) Пусть A, B, C — множества. Определим X как множество всех элементов $x \in A$, таких, что

$$(x \in B) \implies (x \in C).$$

Выразите множество X через множества A, B, C при помощи операций объединения, пересечения и разности.