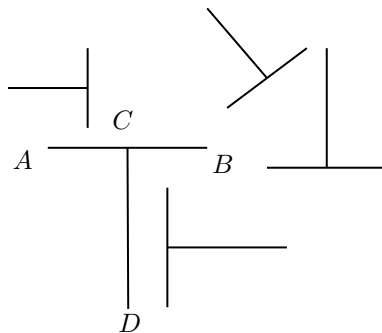


Введение в математику - домашнее задание 2

Дедлайн: 28 сентября 2025

- (1) Покажите, что множество конечных последовательностей натуральных чисел счётно.
- (2) Докажите, что интервал $(0, 1)$ и квадрат $[0, 1] \times [0, 1]$ равномощны.
- (3) Дано несчётное множество X и его счётное подмножество $A \subset X$. Всегда ли множества X и $X \setminus A$ равномощны?
- (4) Пусть A — единичный квадрат на плоскости, а B — единичный круг. Разбейте A и B на непересекающиеся части A_1, A_2 и B_1, B_2 соответственно, так что A_1 подобно B_1 , а A_2 подобно B_2 . (*Указание.* Используйте квадраты с круглыми дырками и круги с квадратными дырками.)
- (5) Буква Т на плоскости $\mathbb{R}^2$ — это объединение двух отрезков AB и CD одинаковой длины t , они имеют единственную общую точку C , причем C делит AB пополам, и CD перпендикулярен AB . Вот пример нескольких букв Т:



Мы называем t размером буквы Т.

- (a) Докажите, что на плоскости нельзя расположить несчётное количество непересекающихся букв Т фиксированного размера $t = 1$.
- (b) Докажите, что на плоскости нельзя расположить несчётное количество непересекающихся букв Т произвольных размеров.