

Избранные сюжеты из топологии поверхностей

Задачи к лекции 4:

Разветвлённые накрытия

3 октября 2024

Задача 1. Докажите, что разветвлённое накрытие над ориентируемой базой ориентируемо.

Задача 2. Какими поверхностями можно разветвлённо накрыть **а)** \mathbb{RP}^2 ; **б)** сферу с 3 ручками?

Задача 3. Пусть $p : M \rightarrow N$ — разветвлённое накрытие.

а) Покажите, что индуцированный гомоморфизм $p_* : \pi_1(M) \rightarrow \pi_1(N)$ не обязательно инъективен.

б) Покажите, что для любой поверхности N и любого d существует d -листное разветвлённое накрытие, для которого этот гомоморфизм сюръективен.

Задача 4. Пусть $M \rightarrow N$ — d -листное разветвлённое накрытие, где M, N — связные замкнутые поверхности. Может ли оно иметь больше d автоморфизмов? ровно d автоморфизмов? меньше d автоморфизмов? (Решите задачу для произвольного d .)