

Избранные сюжеты из топологии поверхностей

Задачи к лекции 10:

Отображения общего положения

21 ноября 2024

Напомним, росток в нуле (с точностью до гладких левой и правой замен координат) отображения $(x, y) \mapsto (x^2, y)$ называется *складкой*, а у отображения $(x, y) \mapsto (x^3 + xy, y)$ называется *сборкой*.

Задача 1. Покажите, что все критические точки в окрестности сборки, кроме самой точки $(0, 0)$, являются складками.

Задача 2. Проверьте, что множество критических значений отображения сборки является полукубической параболой.

Задача 3. а) Найдите множество критических точек отображения $z \mapsto z^k + \varepsilon \bar{z}$.

б) Задайте поле ядер дифференциала этого отображения на множестве его критических точек. В каких точках ядра касаются этого множества?

Задача 4. Существует ли отображение общего положения $f : S^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, такое что множество его критических точек — экватор сферы, причём ровно одна из них является сборкой, а остальные складками?

Задача 5. Пусть набор кривых $C \subset S$ делит поверхность S на две гомеоморфные части. Докажите, что переклеенное расслоение TS^C тривиально.