

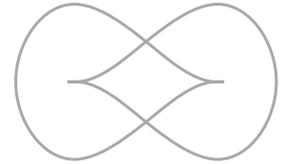
Избранные сюжеты из топологии поверхностей

Задачи к лекции 13:

Отображения с заданными складками и сборками

12 декабря 2024

В этом листке *построить отображение* означает нарисовать множества складок иборок с направлениями, нарисовать кривые критических значений и указать, куда и как отображаются не критические области.

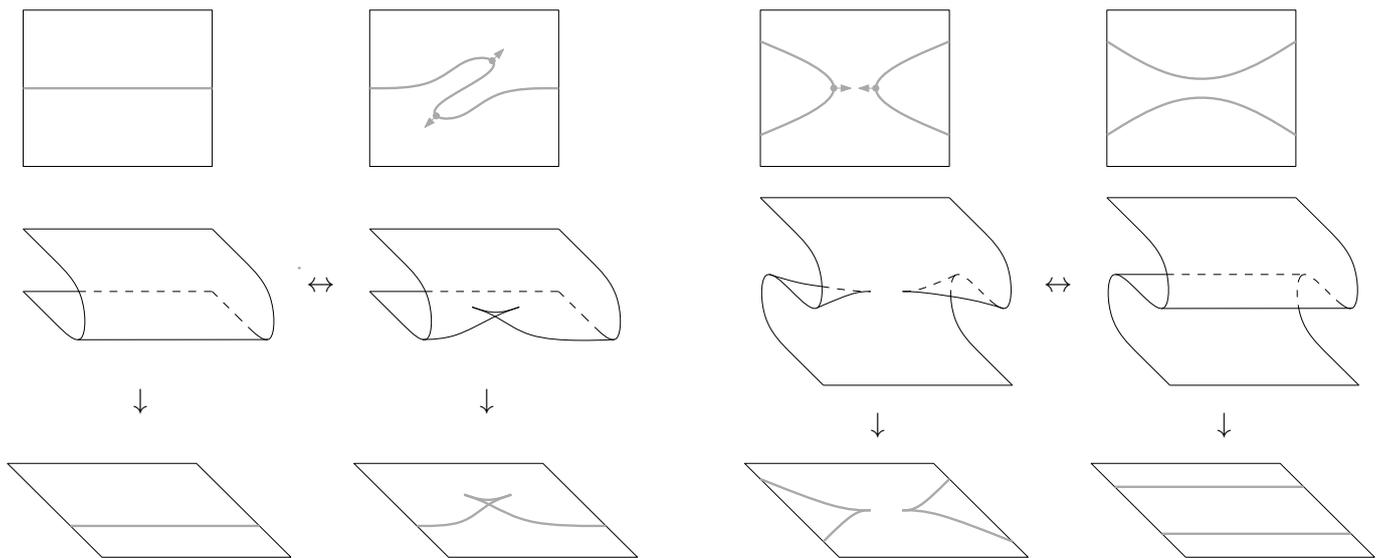


Задача 1. Постройте отображение $S^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ со складками и сборками, критические значения которого выглядят как на рисунке:

Задача 2. Докажите, что любое отображение общего положения $\mathbb{R}P^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ имеет нечётное числоборок.

Задача 3. Постройте отображение $\mathbb{R}P^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, **а)** имеющее только особенности типа складки и сборки; **б)** имеющее лишь одну сборку; **в)** с одной сборкой и связным множеством складок.

Указание. Решения б) и в) можно получить из решения а) при помощи следующих операций:



Задача 4. Отображение из сферы с 3 ручками в плоскость имеет одну стягиваемую кривую складок и несколькоборок и не имеет других особенностей.

а) Сколькоборок оно может иметь?

б)* Постройте какое-нибудь отображение такого вида.

Задача 5*. Докажите, что любое отображение замкнутых поверхностей $S \rightarrow S'$ гомотопнотображению общего положения, множество критических значений которого — набор попарно непересекающихся и несамопересекающихся кривых (возможно, с каспами) в S' .

Задача 6*. Какое минимальное количество точек (трансверсального) самопересечения может иметь образ складки отображения из тора в сферу, если известно что эта складка единственна?