

Введение в группы классов отображений
Задачи к лекции 10:
Соотношения в группе классов отображений
24 апреля 2024

Задача 1. Пусть $\alpha_1 \cup \dots \cup \alpha_n \subset S$ — мультикривая, а простые замкнутые кривые $\gamma, \gamma' \subset S$ гомотопны и не пересекают $\bigcup \alpha_i$. Докажите, что γ можно прогомотопировать в γ' , не пересекая $\bigcup \alpha_i$.

Задача 2. Обозначим компоненты края S_0^4 через a, b, c, d .

а) Покажите, что существует единственная с точностью до гомеоморфизма тройка простых замкнутых кривых $x, y, z \subset S_0^4$, чьи попарные числа пересечений равны 2 и такая что по разные стороны от x лежат a, b и c, d , по разные стороны от y лежат b, c и a, d и по разные стороны от z лежат c, a и b, d .

б) Проверьте соотношение $T_a T_b T_c T_d = T_x T_y T_z$.

Задача 3. а) Докажите, что скручивание Дена вдоль кривой $\alpha \subset S_g$ действует на $H_1(S; \mathbb{Z})$ тривиально, если α разделяющая, а иначе имеет $(2g - 1)$ -мерное неподвижное подпространство.

б) Покажите, что $\text{Mod}(S_g)$ нельзя породить менее чем $2g$ скручиваниями Дена.

в*) Покажите, что $2g$ скручиваниями Дена тоже нельзя.