

Введение в группы классов отображений
Задачи к лекции 11:
Точная последовательность Бирман
1 мая 2024

Задача 1. Пусть отображения $f_0, f_1 : S \rightarrow S$ переводят в себя простую замкнутую кривую $\alpha \subset S$ с учётом ориентации, но без учёта параметризации. Докажите, что если f_0 и f_1 гомотопны, то гомотопию можно выбрать также переводящей α в себя.

Задача 2. Точна ли при $\chi(S) \geq 0$ последовательность Бирман

$$1 \rightarrow \pi_1(S) \rightarrow \text{Mod}(S, x_0) \rightarrow \text{Mod}(S) \rightarrow 1 ?$$

Задача 3. а) Докажите, что $\pi_1(S)$ порождается несамопересекающимися петлями.

б) Выведите, что $\text{PMod}(S_{0,n})$ порождается скручиваниями Дена.

в) Докажите, что $\text{Mod}(S_{0,n})$ порождается “полускручиваниями” вдоль кривых (коих $n - 1$), охватывающих проколы с номерами k и $k + 1$.