Кусочно-линейные многообразия и маломерная топология

Задачи к лекции 2:
Симплициальные комплексы

18 сентября 2025

Задача 1. Дан конечный симплициальный комплекс K (т. е. имеющий конечное число вершин). Докажите, что существует n, такое что $|K|$ непрерывно вкладывается в $\mathbb{R}^n$.

Задача 2. **а)** Постройте симплициальный комплекс, геометрическая реализация которого гомеоморфна тору.

б)* Для симплициальных комплексов K и L постройте комплекс M, такой что $V(M) = V(K) \times V(L)$ и $|M| = |K| \times |L|$.

Задача 3*. Склеим счётное число отрезков по левому концу (снабдив фактортопологией). Покажите, что полученное пространство **а)** не метризуемо; **б)** не имеет счётной базы.

Задача 4. Докажите, что любое открытое подмножество $\mathbb{R}^n$ можно триангулировать (т. е. для открытого $U \subset \mathbb{R}^n$ найдётся симплициальный комплекс K, такой что $|K|$ гомеоморфно U).