

Кусочно-линейные многообразия и маломерная топология

Задачи к лекции 4:

Линейные триангуляции и кусочно-линейные отображения

2 октября 2025

Задача 1. Как может выглядеть образ аффинного отображения $\Delta^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$? (Найдите все варианты и докажите что других нет.)

Линейной триангуляцией множества $X \subset \mathbb{R}^n$ будем называть гомеоморфизм $|K| \rightarrow X$, аффинный на симплексах, для некоторого симплициального комплекса K .

Задача 2. а) Покажите, что любое линейно триангулируемое множество $X \subset \mathbb{R}^n$ локально компактно — для любой точки $x \in X$ найдётся окрестность $U \subset X$ с компактным замыканием.

б) Всегда ли локально компактен образ $f(X)$ при кусочно-линейном отображении $f : X \rightarrow \mathbb{R}^m$?

Задача 3. Пусть множества $X, Y \subset \mathbb{R}^n$ линейно триангулируемы. Обязательно ли линейно триангулируемо **а)** $X \cup Y$; **б)** $X \cap Y$?