Кусочно-линейные многообразия и маломерная топология

Задачи к лекции 6: Подразбиения и комбинаторная эквивалентность

16 октября 2025

Задача 1. Покажите, что любая триангуляция $\mathbb{R}$ совпадает со стандартной с точностью до изотопии.

Задача 2. а) Задайте триангуляцию $\Delta^2 \times \Delta^2$, имеющую 9 вершин.

б) Задайте триангуляцию $\Delta^m \times \Delta^n$, имеющую $(m+1)(n+1)$ вершину.

Задача 3. Рассмотрим сечение невырожденного симплекса $\Delta^n \subset \mathbb{R}^n$ некоторой $(n-1)$-мерной гиперплоскостью L. Пусть L разбивает множество вершин Δ^n на два подмножества из k и $n-k+1$ вершин. Предположим, L параллельна аффинным оболочкам[1] этих наборов вершин. Покажите, что $L \cap \Delta^n$ аффинно изоморфен произведению $\Delta^{k-1} \times \Delta^{n-k}$.

Задача 4. Зафиксируем натуральное n. Скажем, что комплекс K является *n-комбинаторным*, если линк любого k-мерного симплекса гомеоморфен $\mathbb{S}^{n-k-1}$. Докажите, что $|K|$ — топологическое n-мерное многообразие.

[1] т. е. аффинным гиперплоскостям размерности $k-1$ и $n-k$ соответственно