

# Кусочно-линейные многообразия и маломерная топология

## Задачи к лекции 14:

### Гладкая и кусочно-линейная теоремы Шёнфлиса

11 декабря 2025

**Задача 1.** Проверьте, что условие невырожденности критической точки функции не зависит от выбора локальных координат.

**Задача 2.** Пусть на подмногообразии в  $\mathbb{R}^3$  задано гладкое векторное поле,  $z$ -координата которого равна 1. Докажите, что его можно гладко продолжить на всё  $\mathbb{R}^3$  так чтобы  $z$ -координата продолжения также была равна 1.

**Задача 3\*.** а) Докажите, что для любого регулярного вложения тора в  $S^3$  одна из компонент дополнения гомеоморфна полноторию. б) Покажите, что для сфер с большим количеством ручек это уже неверно. в) Пусть  $f : \mathbb{RP}^2 \hookrightarrow \mathbb{RP}^3$  — регулярное вложение. Сколько компонент может иметь дополнение  $\mathbb{RP}^3 \setminus f(\mathbb{RP}^2)$ ? Чему они могут быть гомеоморфны?