

Топология трёхмерных многообразий

Задачи к лекции 2:

Теорема Дена-Ликориша

16 февраля 2023

Везде ниже, S_g — сфера с g ручками, $\text{Mod}(S)$ — группа классов отображений поверхности S .

Задача 1. Сколькими способами можно выбрать на поверхности рода 5 замкнутую несамопересекающуюся кривую? (Опишите как-нибудь все эти способы.) Способы, которые можно перевести друг в друга гомеоморфизмом, считаются одинаковыми.

Задача 2. Пусть $\alpha \subset \text{Mod}(S_g)$ — а) неразделяющая б) нестягиваемая замкнутая несамопересекающаяся кривая. Докажите, что $T_\alpha \neq 1 \in \text{Mod}(S_g)$.

Задача 3. Группа $\text{Mod}(S_g)$ действует на $H_1(S_g; \mathbb{Z}_2)$. Каким преобразованием может действовать скручивание Дена?

Задача 4. Для любого g постройте вложение $\mathbb{Z}^g \rightarrow \text{Mod}(S_g)$.

Задача 5. Докажите, что $\text{Mod}(S_g)$ нельзя породить менее чем $2g$ скручиваниями Дена.