

Топология трёхмерных многообразий
Задачи к лекции 8:
Теоремы Папакирьякопулоса
13 апреля 2023

Задача 1. Постройте непрерывное вложение $S^2 \rightarrow S^3$, такое что обе компоненты дополнения к его образу не связны.

Задача 2. Пусть X_1, X_2 — связные n -многообразия с краем.

а) Докажите, что $X_1 \natural X_2 \approx X_1 \vee X_2$.

б) Докажите, что $X_1 \# X_2 \approx X_1 \vee X_2 \vee S^{n-1}$.

в) Выведите, что зацепление $L \subset S^3$ развiodимо если и только если $\pi_2(S^3 \setminus L) \neq 0$.

Задача 3. а) Покажите, что операция граничной суммы коммутативна и ассоциативна, и что диск является для неё нейтральным элементом.

б) Покажите, что краевая сумма бесконечного числа дисков $D^n \natural D^n \natural D^n \natural \dots$ гомеоморфна диску без одной точки на границе.

Задача 4*. Существует ли (дикий) узел, фундаментальная группа дополнения к которому не конечно порождена?