

Топология – 1
Задачи к лекции 3:
Компактность. Связность
21 февраля 2023

Задача 1. Пусть из треугольника без границы в квадрат без границы задан гомеоморфизм. Обязательно ли он продолжается на границу?

Задача 2. а) Пусть $f : X \rightarrow Y$ — непрерывное отображение хаусдорфовых топологических пространств. Предположим, f инъективно. Обязательно ли X гомеоморфно $f(X)$?

б) То же, но в предположении что X компактно.

Задача 3. Разбейте буквы русского алфавита¹ на классы гомеоморфности.

Задача 4. Джойном $X * Y$ пространств X и Y называется фактор произведения $X \times [0; 1] \times Y$ по отношению $(x, 0, y_1) \sim (x, 0, y_2)$ и $(x_1, 1, y) \sim (x_2, 1, y)$ для всевозможных $x, x_1, x_2 \in X$ и $y, y_1, y_2 \in Y$.

а) Докажите, что джойн пространства X с хаусдорфовым пространством, состоящим из двух точек, гомеоморфен надстройке ΣX .

б) Докажите, что $S^n * S^m \simeq S^{n+m+1}$.

Задача 5. а) Пусть на связном пространстве X ввели отношение эквивалентности \sim . Обязательно ли фактор X/\sim связан?

б) То же для линейной связности.

Задача 6. Верно ли, что любое пространство можно разбить на попарно непересекающиеся связные множества, каждое из которых одновременно открыто и замкнуто?

Задача 7. Постройте непрерывную сюръекцию из канторова множества в отрезок.

¹Достаточно рассмотреть заглавные буквы без засечек:
А Б В Г Д Е Ё Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я