

Топология – 1
Задачи к лекции 10:
Односвязность. Теорема ван Кампена
11 апреля 2023

Задача 1. а) Докажите, что для любых линейно связных X, Y джойн $X * Y$ односвязен.
б) Верно ли это без предположения линейной связности X и Y ?

Задача 2. Вычислите фундаментальные группы следующих пространств:

- а) \mathbb{R}^n с выкинутыми k точками для всех $n \geq 1$;
- б) $\mathbb{R}\mathbb{P}^n$ для всех $n \geq 1$;
- в) \mathbb{R}^3 с выкинутыми рёбрами куба;
- г*) \mathbb{C}^2 с выкинутыми k комплексными прямыми, проходящими через $(0, 0)$.

Задача 3. а) Докажите, что фундаментальные группы дополнений следующих множеств в пространстве не изоморфны.



б) Докажите, что фундаментальные группы дополнений следующих множеств в пространстве изоморфны.



Задача 4. Покажите, что группа $\pi_1(\mathbb{R}^2 \setminus \mathbb{Q}^2)$ несчётна.

Задача 5. Пусть X — тор, $Y \subset X$ — объединения параллели и меридиана. Пусть $U = X \setminus Y$ а $V \subset X$ — окрестность Y , являющаяся объединением двух колец.

- а) Опишите $\pi_1(U)$, $\pi_1(V)$ и $\pi_1(U \cap V)$.
- б) Убедитесь, что $\pi_1(X) \simeq \pi_1(U) *_{\pi_1(U \cap V)} \pi_1(V)$.