

## Введение в поверхности бесконечного типа

### Задачи к лекции 1:

### Примеры поверхностей

13 февраля 2025

**Задача 1. а)** Пусть  $S, S'$  — поверхности (конечного типа). Выкинем из  $S$  и  $S'$  по маленькому открытому диску и отождествим их границы. Полученная поверхность называется *связной суммой*  $S \# S'$ . Проверьте, что она (с точностью до гомеоморфизма) не зависит от ориентации склеивающего гомеоморфизма.

**б)** Покажите, что связная сумма  $\mathbb{C}P^2 \# \mathbb{C}P^2$  зависит от выбора ориентации склеивающего гомеоморфизма.

**Задача 2.** Докажите, что **а)** ориентируемый род **б)** неориентируемый род поверхности конечного типа равен максимальному количеству попарно негомотопных неразделяющих простых замкнутых кривых.

**Задача 3.** Пусть  $M$  — связное некомпактное триангулированное  $n$ -мерное многообразие.

**а)** Докажите, что существует бесконечная последовательность различных  $n$ -мерных симплексов, в которой соседние симплексы имеют общую  $(n - 1)$ -мерную грань.

**б)** Выведите, что  $M$  деформационно ретрагируется на некоторый подкомплекс  $M' \subset \text{sk}^{n-1}(M)$ .

**Задача 4\*.** Для поверхности канторова дерева предъявите набор образующих фундаментальной группы, между которыми нет соотношений<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Указание: постройте ретракции  $S \rightarrow K_i$  для подповерхностей с краем  $K_i \subset S$ , рассмотренных на лекции.