

Введение в поверхности бесконечного типа
Задачи к лекции 2:
Концы топологических пространств
20 февраля 2025

Задача 1. Имеет ли \mathbb{Q} исчерпание компактами?

Задача 2. Покажите, что если пространство концов связного графа (имеющего конечные валентности вершин) несчётно, то оно континуально.¹

Задача 3. Пусть в группе G выбран конечный набор образующих.

а) Покажите, что соответствующий граф Кэли может иметь только 0 (если G конечна), 1, 2, либо бесконечно много концов.

б) Проверьте, что если их бесконечно много, то их мощность континуальна.

в) Докажите, что пространство концов графа Кэли G с точностью до гомеоморфизма не зависит от выбора (конечного) набора образующих.

Задача 4. Концы графа Γ можно определить по-другому, как класс эквивалентности лучей. *Луч* в графе — бесконечный в одну сторону простой путь. Два луча *эквивалентны*, если существует третий луч, пересекающий их в бесконечном числе точек.

а) Покажите, что это действительно отношение эквивалентности.

б)* Покажите, что это определение даёт такое же множество концов, что и определение данное на лекции.

¹Другими словами, что для множества концов выполняется континуум-гипотеза.