Введение в поверхности бесконечного типа

# Задачи к лекции 3:
# Теорема о классификации некомпактных поверхностей

6 марта 2025

**Задача 1.** Для следующей поверхности предъявите явно замкнутые подмножества $Z_2 \subset Z_1 \subset \mathbb{K}$, гомеоморфные её пространствам концов и непланарных концов:

**а)** Возьмём открытый диск с проколом в центре, для каждого $n \in \mathbb{N}$ на расстоянии $1/n$ от центра диска вместо маленького диска радиуса $1/4n$ приклеим ручку.

**б)** На плоскости для каждой точки с целыми координатами вместо диска радиуса $1/3$ с центром в ней вклеим поверхность из предыдущего пункта.

**Задача 2.** Возьмём поверхность $S_1$, имеющую один конец, и поверхность $S_2$, имеющую два конца, причём все их концы непланарные. Существует ли собственное отображение

**а)*** $S_1 \to S_2$, инъективное на $\pi_1$? **б)** $S_1 \to S_2$, сюръективное на $\pi_1$?

**в)** $S_2 \to S_1$, инъективное на $\pi_1$? **г)** $S_2 \to S_1$, сюръективное на $\pi_1$?

**Задача 3.** Пусть $N$ — неориентируемая поверхность, не имеющая неориентируемых концов. Докажите, что для всех достаточно больших компактных областей в $N$ чётность их неориентируемого рода одинаковая.