

Введение в группы кос
Задачи к лекции 10:
Упорядочиваемые группы
23 апреля 2026

Задача 1. Опишите все левоинвариантные порядки на \mathbb{Z}^2 .

Задача 2. Пусть G — биупорядоченная группа.

а) Покажите, что в G нет обобщённого кручения.

б) Покажите, что если $a > b$, то $a^k > b^k$ для любого $k > 0$.

в) Покажите, что если $a^k > b^k$ для некоторого $k > 0$, то $a > b$.

г) Выведите, что если $a^k = b^k$ для некоторого $k \neq 0$, то $a = b$.

д) Докажите, что если $a^k b = b a^k$ для некоторого $k \neq 0$, то $ab = ba$.

Задача 3. Приведите пример $\alpha, \beta \in B_k$ таких что $\alpha < \beta$, но $\alpha^k > \beta^k$ для некоторого $k > 1$.

Задача 4. Докажите, что если группа G упорядочиваема, то её групповая алгебра $\mathbb{Z}[G]$ не имеет делителей нуля.