

Глобальная теория особенностей

Задачи к лекции 12:

Морэновские особенности

28 апреля 2026

Задача 1. Пусть $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $(x, y, z) \mapsto (x^4 + x^2y + xz, y, z)$ — отображение ласточкиного хвоста.

а) Проверьте, что в критических точках кроме начала координат f имеет особенности типа складки и сборки.

б) Задайте параметрически кривую $\Sigma^{1,1}(f)$ и её образ при f .

Задача 2. Пусть $g : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$, $(x, y, z, t) \mapsto (x^5 + x^3y + x^2z + xt, y, z, t)$ — отображение с морэновской особенностью типа бабочка.

а) Покажите, что g имеет особенность бордмановского типа $\Sigma^{1,1,1,1,0}$ в начале координат.

б) Найдите множества $\Sigma^1(g) \subset \Sigma^{1,1}(g) \subset \Sigma^{1,1,1}(g)$ и покажите, что они являются гладкими подмногообразиями.

в) Проверьте, что вне начала координат g имеет только особенности типа складки, сборки и ласточкиного хвоста.