

Сильный принцип инвариантности

к.ф.-м.н. Баштова Е.Е.

Классическая функциональная центральная предельная теорема (принцип инвариантности Донскера-Прохорова) утверждает, что процесс частных сумм независимых слагаемых, масштабированный правильным образом, похож по распределению на винеровский. Однако известно, что ни в ЦПТ, ни в принципе инвариантности нет и не может быть сходимости ни по вероятности, ни тем более почти наверное. Вместе с тем, оказывается, для процесса сумм все же можно подобрать винеровский процесс, траектории которого близки к траекториям исходного процесса с вероятностью единица. Такое приближение называется сильным принципом инвариантности и открывает совершенно новые возможности по сравнению с теоремами о сходимости по распределению. В частности, законы повторного логарифма в довольно общих условиях оказываются простыми следствиями ЗПЛ для винеровского процесса. Можно также строить состоятельные оценки долгосрочной дисперсии, рассматривать предельное поведение различных функционалов от приближаемых процессов и др.

Планируемая программа курса такова:

1. Центральная предельная теорема. Скорость сходимости в ЦПТ. Неравенство Берри-Эссеена.
2. Винеровский процесс. Принцип инвариантности Донскера-Прохорова.
3. Метод вложения Скорохода.
4. Сильный принцип инвариантности Штрассена.
5. История оценок точности приближения в сильном принципе инвариантности.
6. Методы Комлоша-Майора-Тушнади и Айнмаля-Зайцева приближения сумм независимых одинаково распределенных случайных величин. Обратное квантильное преобразование, диадические последовательности.
7. Сильная аппроксимация винеровским процессом процесса восстановления и процесса остановленных сумм.
8. Закон повторного логарифма для винеровского процесса.
9. Теорема Черге-Ревеса о приращениях винеровского процесса.
10. Закон повторного логарифма для процессов, допускающих сильную аппроксимацию винеровским процессом.
11. Связь сходимости в метрике Вассерштейна и аппроксимации с вероятностью 1.