Эллиптические кривые. Вводный курс

М.Ю. Розенблюм

1. Алгебраические кривые. Вырождения. Дивизоры. Линейные системы. Вложения в проективное пространство. Дифференциалы. Теорема Гурвица. Теорема Римана-Роха.
2. Эллиптические кривые. Плоские модели. Уравнения. Групповой закон. Замена координат. Инвариантный дифференциал. Дискриминант. j – инвариант.
3. Изогении. Точки конечного порядка. Спаривание Вейля. Кольцо эндоморфизмов. Модуль Тейта. Действие группы Галуа.
4. Эллиптические кривые над $\mathbf{C}$. Решетки. Функции Вейерштрасса. Эллиптические интегралы. Кривые, определённые над $\mathbf{R}$. Комплексное умножение.
5. Эллиптические кривые над конечным полем. Автоморфизм Фробениуса. Теорема Хассе. Суперсингулярность.
6. Эллиптические кривые над $\mathbf{Q}_p$. Униформизация Тейта. Редукция по модулю p. Теорема Лутц – Нагеля. Модель Нерона.
7. Эллиптические кривые над $\mathbf{Q}$. Высота точек. Теорема Морделла. Спаривание Нерона-Тейта. Группы Зельмера и Шафаревича-Тейта.
8. Ł-функция эллиптической кривой. Гипотеза Бёрча – Суиннертона-Дайера.
9. Многообразие модулей эллиптических кривых. Модулярная группа. Конгруэнц-подгруппы. Параболические вершины.
10. Модулярные формы. Скалярное произведение Петерссона. Ряды Эйзенштейна. Формы веса 2 и дифференциалы.
11. Операторы Гекке. Примитивные формы. Униформизация Вейля.
12. Преобразование Меллина. L-функция модулярной формы. Функциональное уравнение.
13. Редукция модулярных кривых. Теорема Эйхлера-Шимуры.

Полезно, но не обязательно, чтобы слушатели обладали первоначальными сведениями по алгебраической геометрии и теории Галуа.

Первое занятие 12 февраля.