

Конструктивная логика с точки зрения классической

С.Н. Артемов

Согласно Брауэру, конструктивная истинность есть ни что иное как доказуемость, а логические связки и кванторы следует понимать как соответствующие операции на доказательствах, известные как семантика Брауэра-Гейтинга-Колмогорова (ВНК). С точки зрения классической математики, условия ВНК, при их формализации, могут рассматриваться как точное определение конструктивной семантики. По аналогии с ВНК была открыта и изучена вычислительная интерпретация конструктивной логики: рекурсивная реализуемость, лямбда-исчисления и комбинаторная логика, теория типов Мартин-Лефа и другие системы, однако это развитие не решило первоначальной задачи нахождения точной интерпретации ВНК “доказательств” как доказуемых объектов в общепринятом математическом смысле, поскольку вычислительные программы существенно отличаются от доказательств.

Определение конструктивной семантики через классическую доказуемость было основным мотивом при введении Гчделем в рассмотрение модальных логик доказуемости. Однако, несмотря на достигнутый прогресс, вопрос оставался открытым. В докладе будет рассказано о формализации ВНК семантики средствами логики доказательств и е ϵ превопорядкового расширения (последнее было построено совместно с Т. Яворской). Решение задачи получено путём гчделевского погружения интуиционистской логики в модальную с реализацией последней в логике классических доказательств и может рассматриваться как завершение проекта, начатого Гчделем в 1933 году. Полученное точное определение исправляет некоторые известные упущения в неформальной ВНК.

Следует добавить, что логика доказательств привела к созданию общей логической теории свидетельств которая находит применение в эпистемологии и представлении знаний.