

Элементарные теории систем ординальных обозначений.

Ф.Н. Пахомов

Л.Д. Беклемишевым была введена система ординальных обозначений до ординала ε_0 . Ординалы в ней представляются замкнутыми термами в языке, состоящем из константы $\top$ и унарных функций $\langle n \rangle$, где $n = 0, 1, \dots$. Мы изучаем структуру $(W, <_0, \top, \langle 0 \rangle, \langle 1 \rangle, \langle 2 \rangle, \dots)$, где W — множество таких термов, факторизованное по отношению совпадения представляемых ими ординалов, а $<_0$ — порядок на ординалах. Будет рассказано о неразрешимости элементарной теории этой структуры. Наш метод позволяет также получить неразрешимость элементарной теории этой структуры в сигнатуре, содержащей только функции $\langle 1 \rangle$ и $\langle 3 \rangle$. Для каждого $n \geq 0$ мы рассматриваем фрагмент $(W_n, <_0, \top, \langle 0 \rangle, \langle 1 \rangle, \dots, \langle n-1 \rangle)$ этой системы ординальных обозначений до ординала $\underbrace{\omega^{\omega \dots \omega}}_{n \text{ раз}}$. Мы показываем, что элементарная теория этого фрагмента неразрешима тогда и только тогда, когда $n > 2$.