

ШЕВЕЛИТЕ ГЕОМЕТРИЮ. . .

на плоскости

- 1** Диагонали четырёхугольника перпендикулярны и он вписан в окружность. Обязательно ли это квадрат или равнобокая трапеция?
- 2** Две стороны и высота, проведённая к третьей стороне, одного треугольника, равны двум сторонам и высоте, проведённой к третьей стороне, другого треугольника. Верно ли, что треугольники равны?
- 3** Существует ли формула, выражающая площадь четырёхугольника через длины его сторон?
- 4** В шестиугольнике $ABCDEF$ равны противоположные углы: $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$. Обязательно ли $AB \parallel DE$?
- 5** Докажите, что средняя линия трапеции равна полусумме оснований.
- 6** Про треугольник ABC известно, что $AB = \sqrt{3}$, $AC = 1$, а его радиус описанной окружности тоже равен 1. Найдите сторону BC .
- 7** Две невписанные окружности треугольника касаются его сторон в точках K и L . Докажите, что на прямой KL они высекают равные хорды.
- 8** В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основаниям. Из точки A на сторону CD опустили перпендикуляр AH . На стороне AB отмечена точка так, что прямые CD и CE перпендикулярны. Докажите, что прямые BH и ED параллельны.

и в пространстве

- 9** Про прямые a, b и плоскости α, β известно, что $a \subset \alpha$, $b \subset \beta$ и $\alpha \parallel \beta$. Обязательно ли $\rho(a, b) = \rho(\alpha, \beta)$?
- 10** Найдите геометрическое место середин отрезков с концами на двух данных прямых (в пространстве).
- 11** а) Во всяком ли тетраэдре высоты пересекаются в одной точке?
б) Много ли тетраэдров, в которых высоты пересекаются в одной точке?
- 12** В пирамиде $ABCD$ двугранный угол при ребре AC равен 90° , а ещё $AB = BC = CD$ и $BD = AC$. Найдите двугранный угол при ребре AD .
- 13** На длинном прямолинейном проводе сидели белая и серая вороны, а между ними воробей и сорока: воробей — посередине, а сорока к белой вороне в полтора раза ближе, чем к серой. Расстояния от белой вороны, серой вороны и сороки до другого прямолинейного провода равны 16 м, 34 м и 20 м соответственно. Найдите расстояние от воробья до этого провода.