

Оценки и примеры: бусы, сапоги, положительные суммы,...

1. В ряд стоят 14 цифр так, чтобы сумма любых трех идущих подряд цифр не превосходила 14. Какова наибольшая возможная сумма всех 14 цифр?
2. Расставьте в клетках квадрата 10×10 нули и единицы так, чтобы в любом прямоугольнике 1×4 (или 4×1) сумма не превосходила 3, а общая сумма была как можно больше.
3. Имеются красные и синие бусинки. Составляется круговое ожерелье из n бусинок. Оно называется *счастливым*, если в нем нет двух красных бусинок, между которыми ровно $k - 1$ бусинок. Какое наибольшее количество красных бусинок может быть в счастливом ожерелье, если а) $n = 19, k = 4$? б) $n = 15, k = 6$?
4. По кругу расставляют 14 цифр так, чтобы сумма любых трех идущих подряд цифр не превосходила 14. Какова наибольшая возможная сумма всех 14 цифр?
5. На доске записаны 14 цифр так, чтобы сумма любых трех цифр не превосходила 14. Какова наибольшая возможная сумма всех 14 цифр?
6. Про набор из 14 чисел известно, что сумма любых пяти из них положительна. Какое наименьшее количество положительных чисел могло быть в наборе?
7. В ряд расставлены 14 чисел так, что сумма любых пяти идущих подряд чисел положительна.
 - а) Какое наименьшее количество положительных чисел могло быть в наборе?
 - б) Можно ли сделать вывод, что сумма всех чисел положительна?
8. По окружности расставлены 14 чисел так, что сумма любых трех идущих подряд чисел положительна.
 - а) Какое наименьшее количество положительных чисел могло быть в наборе?
 - б) Можно ли сделать вывод, что сумма всех чисел положительна?
9. Можно ли расставить числа в клетках прямоугольника
 - а) 2×2 ; б) 3×3 ; в) 5×7 ; г) 7×7 так, чтобы сумма всех чисел была отрицательной, но сумма чисел в каждом уголке из трех клеток была бы неотрицательной?
10. Докажите, что прямоугольник 5×7 нельзя замостить уголками из трех клеток в несколько слоев.
11. В ряд расставили 24 сапога. Известно, что среди любых 10 сапог, идущих подряд, ровно 5 правых и 5 левых.
 - а) Можно ли сделать вывод, что среди всех сапог ровно половина правых?
 - б) Каково наибольшее возможное количество правых сапог в ряду?
12. а) В ряд расставили 24 сапога, из которых ровно 12 правых и 12 левых. Можно ли сделать вывод, что найдутся 10 подряд сапог, среди которых ровно 5 левых и 5 правых?
б) А если в ряд поставлено всего 30 сапог, и из них 15 правых и 15 левых?
13. 23 спортсмена в красных и синих костюмах стоят с шеренгу. Известно, что через четыре человека от спортсмена в красном костюме обязательно спортсмен в синем костюме.
 - а) Какое наибольшее число N спортсменов в красных костюмах?
 - б) Сколько способов расставить спортсменов так, чтобы среди них было ровно N спортсменов в красных костюмах?
14. а) В клетки таблицы 7×7 вписывают цифры так, что сумма цифр в любом квадрате 2×2 не превосходит 5. Найдите наибольшее значение суммы всех чисел в таблице.
б) Та же задача, если известно, что сумма цифр в любом квадрате 2×2 не превосходит 15.