

Математика. Стандартный уровень. 2016 год. День 2.

Работа рассчитана на 1 час 30 минут.

Для выполнения работы требуется графический калькулятор.

Все числовые ответы должны быть точными или даны с тремя значащими цифрами, если в задании не указано обратное.

Максимальный балл за эту часть работы составляет 90 баллов.

Верный ответ не является единственным условием получения максимального балла за задание. Ответы должны быть подкреплены решениями и пояснениями. В случае неверного ответа за задание можно получить некоторые баллы в случае наличия в работе верного метода решения. Поэтому рекомендуется записывать тексты решения полностью.

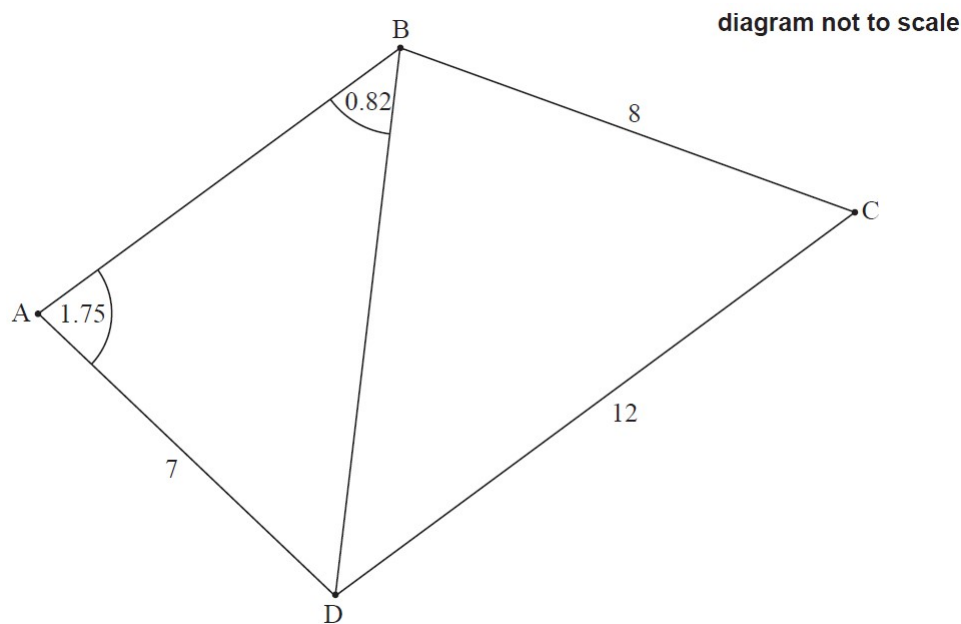
Задача 1 (6 баллов). Первые три члена арифметической прогрессии равны $u_1 = 0,3$, $u_2 = 1,5$, $u_3 = 2,7$.

а) (2 балла) Найдите разность арифметической прогрессии.

б) (2 балла) Найдите 30-й член последовательности.

в) (2 балла) Найдите сумму первых 30 членов.

Задача 2 (6 баллов). На рисунке изображен четырехугольник $ABCD$.



$AD = 7$ см, $BC = 8$ см, $CD = 12$ см, $\angle DAB = 1,75$ радиан, $\angle ABD = 0,82$ радиан.

а) (3 балла) Найдите BD .

б) (3 балла) Найдите $\angle DBC$.

Задача 3 (7 баллов). Пусть $f(x) = e^{0,5x} - 2$, $-4 \leq x \leq 4$.

а) (4 балла) Для графика f

напишите координату пересечения с осью Oy ;

найдите координату пересечения с осью Ox ;

напишите уравнение горизонтальной асимптоты.

б) (3 балла) Нарисуйте график f .

Задача 4 (8 баллов). Высота h метров сиденья на колесе обозрения после t минут задается равенством

$$h(t) = -15 \cos 1,2t + 17, \quad t \geq 0.$$

- а) (2 балла) Найдите высоту сиденья когда $t = 0$.
- б) (3 балла) Сиденье впервые оказалось на высоте 20 метров через k минут. Найдите k .
- в) (3 балла) Вычислите время, которое необходимо сиденью для совершения полного оборота, дайте ответ с одной значащей цифрой.

Задача 5 (6 баллов). Рассмотрим выражение $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{10}$.

- а) (1 балл) Напишите количество членов в этом выражении.
- б) (5 баллов) Найдите коэффициент при x^8 .

Задача 6 (6 баллов). Соревнование состоит из двух независимых событий: стрельбе по 100 мишеням и беге в течение 1 часа.

Через S обозначено количество целей, которые поражает испытуемый. S имеет нормальное распределение с медианой 65 и стандартным отклонением 10.

- а) (2 балла) Выбирается случайный испытуемый. Найдите вероятность того, что набранное им количество очков S меньше 50.

Расстояние в километрах, которое испытуемый пробегает за один час обозначено R . R имеет нормальное распределение с медианой 12 и стандартным отклонением 2,5. R и S независимы.

Испытуемые дисквалифицируются, если у них S менее 50 и их R менее x км.

- б) (4 балла) Найдите x , если известно, что 1% испытуемых дисквалифицируется.

Задача 7 (7 баллов). Частица движется вдоль прямой. Ее скорость v м/с через t секунд задается равенством

$$v = 6t - 6, \quad 0 \leq t \leq 2.$$

Через p секунд частица оказалась на расстоянии 2 метра от своего начального положения. Найдите возможное значение p .

Задача 8 (15 баллов). Цена подержанной машины частично зависит от пробега. В следующей таблице показаны пробег и цена для семи автомобилей на 1 января 2010 года.

| | | | | | | | |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Пробег, x км | 11 500 | 7500 | 13 600 | 10 800 | 9500 | 12 200 | 10 400 |
| Цена, y долларов | 15 000 | 21 500 | 12 000 | 16 000 | 19 000 | 14 500 | 17 000 |

Соотношение между x и y может быть смоделировано с помощью регрессивного уравнения $y = ax + b$.

- а) (4 балла) Найдите коэффициент корреляции.

Запишите значения a и b .

1 января 2010 года Лина купила машину с пробегом 11 000 километров.

- б) (3 балла) С помощью регрессивного уравнения оцените цену машины Лины, ответ округлите с точностью до 100 долларов.

Цена машины уменьшается на 5% каждый год.

- в) (4 балла) Найдите цену машины Лины через 6 лет.

Лина планирует продать машину, когда ее цена достигнет 10 000 долларов.

- г) (4 балла) Найдите год, когда Лина продаст машину.

Задача 9 (14 баллов). Пусть $f(x) = \frac{1}{x-1} + 2$ при $1 < x < 4$.

а) (2 балла) Запишите уравнение горизонтальной асимптоты графика f .

б) (2 балла) Найдите $f'(x)$.

Пусть $g(x) = ae^x + b$ при $x \geq 1$. Графики f и g имеют одинаковую горизонтальную асимптоту.

в) (2 балла) Напишите значение b .

г) (4 балла) Найдите a , если известно, что $g'(1) = -e$.

д) (4 балла) Найдите x , при котором графики f и g имеют одинаковый угол наклона.

Задача 10 (15 баллов). Рассмотрим точки $A(1, 5, -7)$ и $B(-9, 9, -6)$.

а) (2 балла) Найдите \overrightarrow{AB} .

Пусть C такая точка, что $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$.

б) (2 балла) Найдите координаты точки C .

Прямая L проходит через точку B и параллельна (AC) .

в) (2 балла) Напишите уравнение прямой L в векторном виде.

г) (3 балла) Найдите k , для которого $|\overrightarrow{AB}| = k|\overrightarrow{AC}|$.

д) (6 баллов) Точка D лежит на прямой L , причем $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BD}|$. Найдите возможные координаты точки D .