

Утверждаю:

Исполнительный директор

НОУ МЦНМО



И.В. Яценко

2017 г.

***Дополнительная общеобразовательная программа  
«Математический Олимп. II ступень»  
(модифицированная)***

(для среднего школьного возраста (12 – 15 лет)  
(2 года обучения))

Авторы-составители программы:  
**Мангушев Вадим Анатольевич**

Москва, 2017

## **Пояснительная записка**

Дополнительная общеобразовательная программа «Математический Олимп. II ступень» предназначена преимущественно для детей в возрасте 12 - 15 лет.

Данная программа имеет естественнонаучную направленность.

### **Актуальность**

Разработка данной программы обоснована социальным заказом со стороны обучающихся, для которых решение нестандартных задач, освоение разнообразных математических методов и теорий является областью реализации их творческого и интеллектуального потенциала, планирующих дальнейшее образование и профессиональную деятельность в естественнонаучной и технической области, а также со стороны их родителей (законных представителей), заинтересованных в дополнительном математическом образовании, рассматривающих его как залог профессионального успеха в будущем.

Программа дополнительного образования «Математический Олимп. II ступень» направлена на повышение мотивации к изучению математики и закрепление интереса к предмету, выявление математической одарённости и всестороннее развитие ребёнка. Данная программа опирается на основные навыки, полученные при изучении математики в школе, включает темы, как присутствующие в общеобразовательной программе (но с углублением изучаемого материала), так и не включённые в неё, а также знакомит с некоторыми современными математическими теориями. Она может быть реализована при различном начальном уровне знаний при достаточной мотивированности обучающихся. Обучающиеся, под руководством педагога, шаг за шагом, в процессе совместной и самостоятельной деятельности, овладеют математической терминологией, методами и приёмами решения задач в объёме, превышающем

общеобразовательную программу, создадут прочный фундамент для дальнейшего углублённого изучения математики и других естественнонаучных дисциплин.

### **Новизна и отличительные особенности**

«Математический Олимп. II ступень» является третьей программой из комплекта программ дополнительного математического образования, разработанных автором. Она служит достижению тех же целей, основана на тех же принципах и продолжает углублять и развивать знания и умения, полученные на занятиях по программам «Математическая шкатулка» и «Математический Олимп. I ступень». По сравнению с предыдущей программой, больше внимания уделяется обучению самостоятельному выбору метода решения (доказательства), но вместе с тем продолжается интенсивное освоение возможностей математического аппарата. В новой редакции усилен акцент на подготовку и участие в математических состязаниях, что повышает интерес к курсу у школьников, одновременно занимающихся математикой по другим программам дополнительного образования, в том числе в профильных классах с углубленным изучением математики. Также пересмотрен порядок и периодичность итоговых занятий.

Предпочтительным для данной программы является предварительное обучение по программе «Математический Олимп. I ступень». Однако, для максимального охвата желающих получить дополнительное математическое образование, по программе «Математический Олимп. II ступень» могут полноценно заниматься обучающиеся, получавшие достаточную подготовку по математике по другим программам дополнительного образования или только по общеобразовательной программе. Заложена возможность эффективного освоения как в течение двух лет, так и за один год. Темы, рассматриваемые на протяжении первого учебного года, повторяются на второй год, но с нарастающим усложнением и обогащением новым материалом, что отражено в содержании программы. С багажом знаний, полученных на предшествующем году обучения, на следующем году обучения знакомые типы задач могут быть рассмотрены под новым углом, обогатят новыми

идеями и фундаментальными фактами. За счет повышения сложности практического материала, углубления изучения тем курса, применения разнообразных педагогических методик, усиления индивидуального подхода к продолжающим обучение, у обучающихся формируется устойчивая мотивация к занятиям математикой и достигается прочное усвоение материала. При этом обучающиеся по ускоренной программе изучают все темы курса.

Учебные группы ежегодно формируются по уровню знаний и умений, с учётом возрастных и индивидуальных психо-физиологических особенностей. Вновь пришедшие обучающиеся, показавшие высокий уровень знаний и способностей (по результатам собеседования), могут заниматься в группах вместе с продолжающими обучение, или из них могут быть сформированы группы, занимающиеся углублённо с первого года обучения.

Учебное содержание программы представлено в модульной форме и допускает дополнения и расширение темами в зависимости от подготовки и интересов обучающихся. Каждая учебная тема является самостоятельным модулем, которые не пересекаются и не ссылаются друг на друга. Это позволяет не прекращать обучение по программе, если обучающийся по уважительным причинам пропускает отдельные занятия, а также принимать в учебные группы новых обучающихся на протяжении всего учебного года.

В программу входит подготовка к выступлению на математических турнирах и олимпиадах: формирование навыков решения нестандартных задач и навыков конкурсной борьбы, для чего введено решение задач повышенной сложности на тематических занятиях и проведение занятий в виде соревнований.

**Цель:** создание базы для дальнейшего углублённого изучения математики и естественных наук, овладение основами применения математического аппарата, развитие интеллектуальной и волевой сферы личности обучающихся при максимальном использовании творческого и исследовательского потенциала обучающихся.

Для достижения поставленной цели решаются следующие **задачи**.

Обучающие:

- дать начальные теоретические знания по некоторым математическим теориям;
- научить выбирать нужные методы для решения задачи и применять их в пределах курса.

Развивающие:

- стимулировать творческую и познавательную деятельность;
- развить общие приемы умственной деятельности (классификация, сравнение, обобщение и т.д.);
- сформировать навыки самостоятельной работы при решении нестандартных математических задач;
- сформировать навыки последовательного аргументированного изложения своих мыслей.

Воспитательные:

- развить коммуникативные способности обучающихся, совершенствовать социальные навыки;
- совершенствовать такие личностные качества, как целеустремленность, настойчивость в достижении поставленной себе цели, трудолюбие, аккуратность;
- научить самоконтролю, объективной оценке собственных и чужих достижений.

**Работа по программе строится на принципах**

- научного и исторического подхода;
- лично-ориентированного обучения: развивающего обучения (работа в зоне ближайшего развития); обучения в сотрудничестве (командная, групповая работа, взаимообучение); разноуровневого обучения;
- использования игровых педагогических технологий;
- использования здоровьесберегающих педагогических технологий

**Срок реализации программы:** 2 учебных года.

**Организация занятий:** очная – групповая.

**Форма занятий:** практические занятия, теоретически-практические занятия.

**Режим занятий:** материал рассчитан на 76 учебных часов в год (один раз в неделю по 2 часа).

**Численность группы:** оптимальная первого года обучения 10-12 человек, второго года обучения 8-10 человек.

**Ожидаемые результаты:**

Успешно окончив обучение по программе, обучающиеся овладеют основами применения математического аппарата, познакомятся с некоторыми математическими теориями и приобретут стойкий интерес к занятиям математикой, научатся:

- грамотно пользоваться математической терминологией в рамках курса;
- решать задачи с помощью изученных методов;
- последовательно, аргументировано излагать свои решения и доказательства в устной и письменной форме;
- следить за ходом чужого решения и оценивать его правильность.

Полученный результат оценивается по количеству задач, решенных обучающимся в течение года; на зачётных занятиях, а также по результатам выступлений на олимпиадах и математических соревнованиях различных уровней.

Результат работы обучающегося оценивается в зависимости от количества решенных им задач в течение всего года по следующей шкале:

менее 15% решенных ребенком задач – слабый уровень подготовки;

15% – 39% решенных ребенком задач – удовлетворительный уровень подготовки;

40% – 69% решенных ребенком задач – средний уровень подготовки;

70% – 100% решенных ребенком задач – сильный уровень подготовки.

**Формы подведения итогов реализации дополнительной общеобразовательной программы.**

Основной формой подведения итогов реализации дополнительной общеобразовательной программы являются итоговые занятия. Промежуточное подведение итогов проводится в форме личных и командных первенств в конце первого полугодия или начале второго. Итоговое занятие в конце учебного года проводится в виде личной олимпиады. От итоговых занятий могут быть освобождены дети, успешно выступившие на окружных, городских и российских олимпиадах или турнирах. Учитывая вариативность времени начала и окончания каникул в разных общеобразовательных учреждениях г. Москвы и связанные с этим выезды обучающихся на отдых и другие уважительные причины отсутствия на итоговых занятиях, кроме основной формы, допускается аттестация (и промежуточная, и итоговая) и перевод на следующий год обучающихся, показавших удовлетворительный, средний и сильный уровень подготовки на учебных занятиях и выполнивших задания соответствующей итоговой олимпиады дистанционно (с проверкой решений педагогом).

## *Учебно-тематический план программы курса «Математический Олимп. II ступень»*

первый год обучения (76 часов)

№ занятия	Тема	часы		
		всего	в т.ч. теория	в т.ч. практика
	<b>Введение</b>			
<b>1-2</b>	Собеседование. Решение занимательных задач.	4		4
	<b>Итого часов</b>	<b>4</b>		
	<b>Раздел 1. Понятие числа. Запись числа. Знаки для обозначения чисел.</b>			
<b>3</b>	1.1. Арифметика. Культура вычислений. Сравнение величин, записанных в виде вычисляемых последовательностей арифметических операций. Оценка результата вычислений сверху и снизу..	2	1	1
<b>4</b>	1.2. Системы счисления. Позиционные и непозиционные системы счисления. Основания системы счисления. Перевод числа из одной системы счисления в другую Основания 2 и 16 в информатике.	2	1	1
	<b>Итого часов</b>	<b>4</b>		
	<b>Раздел 2. Измерение физических величин. Погрешности. Средние.</b>			
<b>5</b>	2.1. Погрешности и округление. Понятие погрешности измерения, округления с заданной точностью. Рассмотрение примеров из физических опытов. Оценка результатов измерений.	2	1	1
<b>6</b>	2.2. Классические средние величины. Среднее арифметическое, среднее квадратическое и среднее гармоническое: их происхождение и свойства. Доказательства некоторых свойств средних величин. Применения средних при решении арифметических, алгебраических и геометрических задач	2	1	1
	<b>Итого часов</b>	<b>4</b>		
	<b>Раздел 3. Текстовые задачи.</b>			
<b>7</b>	3.1. Текстовые задачи на движение Сложение скоростей. Движение по кругу. Составление схем и графиков. Обратные величины. Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
<b>8</b>	3.2. Текстовые задачи на смеси и сплавы. Проценты, доли, обратные величины и пропорции в решении задач на сплавы и смеси .	2	1	1



	Решение задач возрастающей сложности.			
9	3.3. Разные текстовые задачи. Аналогии между задачами на движение и задачами на изменение каких-либо величин во времени (совместная работа, биологические модели). Комбинированные задачи. Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
	<b>Итого часов</b>	<b>6</b>		
	<b>Раздел 4. Теория чисел.</b>			
10	4.1. Элементы теории чисел. Делимость. Делители. Деление с остатком. Остатки для квадратов и кубов. Решение задач	2	1	1
	<b>Итого часов</b>	<b>2</b>		
	<b>Раздел 5. Теория информации.</b>			
11-12	5.1. Элементы теории информации. Задачи о нахождении фальшивой монеты. Введение в теорию информации. Понятие количества информации. Упражнения и задачи.	4	2	2
	<b>Итого часов</b>	<b>4</b>		
	<b>Раздел 6. Некоторые методы доказательства и решения задач.</b>			
13	6.1. Принцип крайнего. Граничные случаи в геометрии. Максимумы и минимумы Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
14-15	6.2. Контрпримеры и конструкции. Минимальный контрпример. Упражнения и задачи «верно ли, что Решение задач возрастающей сложности.	4	2	2
16	6.3. Непрерывность Решение задач с помощью соображений непрерывности и нахождения «узкого места» Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
17	6.4. Раскраски. Раскраска как прием выделения части из группы однородных объектов. Задачи с использованием раскрасок Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
18-19	6.5. Математическая индукция. Ханойская башня. Понятие базы индукции и индуктивного перехода. Упражнения и задачи на применение индукции.	4	2	2
	<b>Итого часов</b>	<b>14</b>		
	<b>Подведение промежуточного итога</b>			
20	Личная олимпиада (разные задачи).	2		2
	<b>Итого часов</b>	<b>2</b>		
21	<b>Раздел 7. Лингвистика.</b>			
	7.1. Задачи на перевод чисел, слов, словосочетаний, предложений. Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
	<b>Итого часов</b>	<b>2</b>		
	<b>Раздел 8. Комбинаторика и теория</b>			

	<b>вероятности.</b>			
22	8.1. Комбинаторные объекты. Биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля. Подсчет сумм биномиальных коэффициентов в простейших случаях (доказательство по индукции)	2	1	1
23	8.2. Введение в теорию вероятности. Дискретные случайные величины, дискретное распределение (на примере бросания монетки). Понятие исхода. Понятие вероятности. Связь с вычислительной комбинаторикой. Упражнения и задачи.	2	1	1
	<b>Итого часов</b>	<b>4</b>		
24	<b>Раздел 9. Теория игр.</b>			
	9.1. Задачи-игры. Инвариант и полуинвариант в решении задач-игр. Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
	<b>Итого часов</b>	<b>2</b>		
	<b>Раздел 10. Планиметрия.</b>			
25	10.1. Признаки равенства треугольников. Признаки и свойства параллельных прямых. Сумма углов треугольника. Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
26-27	10.2. Окружности. Диаметр. Хорда. Касательные. Углы, связанные с окружностью. Описанный и вписанный четырехугольники. Решение задач возрастающей сложности.	4	2	2
28	10.3. Площади. Вычислительные задачи.	2	1	1
29	10.4. Движения плоскости. Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
30	10.5. Задачи на построение. Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
	<b>Итого часов</b>	<b>12</b>		
	<b>Раздел 11. Теория графов.</b>			
31-32	11.1. Элементы теории графов. Ориентированные графы. Обходы ориентированных графов. Раскраски графов реберные и вершинные. Упражнения и задачи возрастающей сложности	4	2	2
	<b>Итого часов</b>	<b>4</b>		
	<b>Раздел 12. «Разнобой». Применение на практике в условиях конкурсной борьбы различных методов решений задач и доказательств. Олимпиадные задачи. (Обобщение и повторение пройденного материала).</b>			
33 36	Математические командные и личные состязания внутри учебного объединения и с участием других учебных объединений	8		8
37	Итоговая олимпиада.	2		2

	<b>Итого часов</b>	<b>10</b>		
<b>38</b>	<b>Подведение итогов учебного года. Математический праздник.</b>	2	1	1
	<b>Итого часов</b>	<b>2</b>		
	<b>ИТОГО:</b>	<b>76</b>	<b>30</b>	<b>46</b>

**второй год обучения (76 часов)**

№ занятия	Тема	часы		
		всего	в т.ч. теория	в т.ч. практика
	<b>Введение</b>			
<b>1-2</b>	Собеседование. Решение занимательных задач.	4		4
	<b>Итого часов</b>	<b>4</b>		
	<b>Раздел 1. Понятие числа. Запись числа. Знаки для обозначения чисел.</b>			
<b>3</b>	1.1. Арифметика. Культура вычислений.. Ребусы с буквенно-цифровыми заменами, спрятанные цифры. Задачи с использованием показателей степени и извлечения корней, задачи повышенной сложности.	2	1	1
<b>4</b>	1.2. Системы счисления. Арифметические операции над числами, записанными в не десятиричной системе счисления. Ребусы с буквенно-цифровыми заменами в разных системах счисления.	2	1	1
	<b>Итого часов</b>	<b>4</b>		
	<b>Раздел 2. Измерение физических величин. Погрешности. Средние.</b>			
<b>5</b>	2.1. Погрешности и округление. Погрешность вычисления. Вычисления в научной практике. Досторерность вычисленных результатов	2	1	1
<b>6</b>	2.2. Классические средние величины. Доказательства свойств средних величин и их применение при решении арифметических, алгебраических и геометрических задач повышенной сложности	2	1	1
	<b>Итого часов</b>	<b>4</b>		
	<b>Раздел 3. Текстовые задачи.</b>			
<b>7</b>	3.1. Текстовые задачи на движение и изменение величин во времени. Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
<b>8</b>	3.2. Текстовые задачи на смеси и сплавы. . Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
<b>9</b>	3.3. Разные текстовые задачи. Выбор метода решения задач на изменение величины во времени. Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
	<b>Итого часов</b>	<b>6</b>		

	<b>Раздел 4. Теория чисел.</b>			
<b>10</b>	4.1. Элементы теории чисел. Простые числа. НОД и НОК. Бесконечность множества простых чисел. Алгоритм Евклида. Основная теорема арифметики.	2	1	1
	<b>Итого часов</b>	<b>2</b>		
	<b>Раздел 5. Теория информации.</b>			
<b>11-12</b>	5.1. Элементы теории информации. Решение задачи о нахождении фальшивой монеты в общем виде. Логика и информация. Кодирование в двоичной системе. Упражнения и задачи.	4	2	2
	<b>Итого часов</b>	<b>4</b>		
	<b>Раздел 6. Некоторые методы доказательства и решения задач.</b>			
<b>13</b>	6.1. Принцип крайнего. Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
<b>14-15</b>	6.2. Контрпримеры и конструкции. Решение задач возрастающей сложности.	4	2	2
<b>16</b>	6.3. Непрерывность. Непрерывность обычная и дискретная.. Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
<b>17</b>	6.4. Раскраски. Раскраски и принцип Дирихле как метод решения задач на оценку сверху или снизу Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
<b>18-19</b>	6.5. Математическая индукция. Математическая индукция и метод спуска. Применение в решения задач. Решение задач возрастающей сложности.	4	2	2
	<b>Итого часов</b>	<b>14</b>		
	<b>Подведение промежуточного итога</b>			
<b>20</b>	Личная олимпиада (разные задачи).	2		2
	<b>Итого часов</b>	<b>2</b>		
<b>21</b>	<b>Раздел 7. Лингвистика.</b>			
		2	1	1
	<b>Итого часов</b>	<b>2</b>		
	<b>Раздел 8. Комбинаторика и теория вероятности.</b>			
<b>22</b>	8.1. Комбинаторные объекты. Рекуррентные соотношения. Числа Фиббоначи. Примеры и задачи	2	1	1
<b>23</b>	8.2. Введение в теорию вероятности. Понятие случайной величины. Случайные дискретные величины. Сложение и умножение вероятностей. Упражнения и задачи.	2	1	1
	<b>Итого часов</b>	<b>4</b>		
<b>24</b>	<b>Раздел 9. Теория игр.</b>			
	9.1 Задачи-игры. Применение инварианта, полуинварианта, симметрии и неявной	2	1	1

	симметрии. Решение задач возрастающей сложности..			
	<b>Итого часов</b>	<b>2</b>		
	<b>Раздел 10. Планиметрия.</b>			
<b>25</b>	10.1. Признаки равенства треугольников. Признаки и свойства параллельных прямых. Сумма углов треугольника. Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
<b>26-27</b>	10.2. Окружности. Диаметр. Хорда. Касательные. Углы, связанные с окружностью. Описанный и вписанный четырехугольники. Решение задач возрастающей сложности.	4	2	2
<b>28</b>	10.3. Площади. Метод площадей. Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
<b>29</b>	10.4. Движения плоскости. Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
<b>30</b>	10.5. Задачи на построение. Решение задач возрастающей сложности.	2	1	1
	<b>Итого часов</b>	<b>12</b>		
	<b>Раздел 11. Теория графов.</b>			
<b>31-32</b>	11.1. Элементы теории графов. Циклы. Деревья. Подграфы. Остовные деревья. Простейшие алгоритмы на графах. Упражнения и задачи возрастающей сложности.	4	2	2
	<b>Итого часов</b>	<b>4</b>		
	<b>Раздел 12. «Разнобой». Применение на практике в условиях конкурсной борьбы различных методов решений задач и доказательств. Олимпиадные задачи. (Обобщение и повторение пройденного материала).</b>			
<b>33 36</b>	Математические командные и личные состязания внутри учебного объединения и с участием других учебных объединений	8		8
<b>37</b>	Итоговая олимпиада.	2		2
	<b>Итого часов</b>	<b>10</b>		
<b>38</b>	Подведение итогов учебного года. Математический праздник.	2	1	1
	<b>Итого часов</b>	<b>2</b>		
	<b>ИТОГО:</b>	<b>76</b>	<b>30</b>	<b>46</b>

## Содержание программы.

### Введение.

Собеседование с детьми и родителями. Отличие программы от общеобразовательной. Решение занимательных задач.

Раздел 1. Понятие числа. Запись числа. Знаки для обозначения чисел. Культура вычислений.

Тема 1.1. Арифметика. Культура вычислений.

- Сравнение величин, записанных в виде вычисляемых последовательностей арифметических операций. Оценка результата вычислений сверху и снизу.
- Ребусы с буквенно-цифровыми заменами, спрятанные цифры. Задачи с использованием показателей степени и извлечения корней, задачи повышенной сложности, множественные решения, доказательства отсутствия решений.

Тема 1.2. Системы счисления.

- Позиционные и непозиционные системы счисления. Основания системы счисления. Перевод числа из одной системы счисления в другую. Двоичная и шестнадцатеричная системы счисления в информатике.
- Арифметические операции над числами, записанными в не десятиричной системе счисления. Ребусы с буквенно-цифровыми заменами в разных системах счисления.

Раздел 2. Измерение физических величин. Погрешности. Средние.

Тема 2.1. Погрешности и округления.

- Понятие погрешности измерения, округления с заданной точностью. Рассмотрение примеров из физических опытов. Оценка результатов измерений.
- Погрешность вычисления. Вычисления в научной практике. Достоверность вычисленных результатов.

Тема 2.2. Классические средние величины.

- Среднее арифметическое, среднее квадратическое и среднее гармоническое: их происхождение и свойства. Доказательства некоторых свойств средних величин. Применения средних при решении арифметических, алгебраических и геометрических задач.
- Доказательства свойств средних величин и их применение при решении арифметических, алгебраических и геометрических задач повышенной сложности.

### Раздел 3. Текстовые задачи.

#### Тема 3.1. Текстовые задачи на движение.

- Сложение скоростей. Движение по кругу. Составление схем и графиков.

Обратные величины.

- Задачи повышенной сложности на движение.

#### Тема 3.2. Задачи на сплавы и смеси.

- Проценты, доли, обратные величины и пропорции в решении задач на сплавы и смеси.

- Задачи повышенной сложности на смеси и сплавы.

#### Тема 3.2. Текстовые задачи разные.

- Аналогии между задачами на движение и задачами на изменение каких-либо величин во времени (совместная работа, биологические модели и др.).

Комбинированные задачи. Решение задач возрастающей сложности.

- Выбор метода решения задач на изменение величины во времени. Решение задач возрастающей сложности.

### Раздел 4. Элементы теории чисел

- Делимость. Делители. Деление с остатком. Остатки для квадратов и кубов.

Решение задач.

- Простые числа. НОД и НОК. Бесконечность множества простых чисел.

Алгоритм Евклида. Основная теорема арифметики.

### Раздел 5. Элементы теории информации.

- Задачи о нахождении фальшивой монеты. Введение в теорию информации.

Понятие количества информации. Упражнения и задачи.

- Решение задачи о нахождении фальшивой монеты в общем виде. Логика и информация. Кодирование в двоичной системе. Упражнения и задачи.

### Раздел 6. Некоторые методы доказательства и решения задач.

#### Тема 6.1. Принцип крайнего.

- Граничные случаи в геометрии. Максимумы и минимумы. Решение задач, опирающиеся на рассмотрение граничных (крайних) случаев.

- Задачи повышенной сложности на рассмотрение граничных случаев.

Тема 6.2. Контрпримеры и конструкции.

- Минимальный контрпример. Упражнения и задачи «верно ли, что...»
- Задачи повышенной сложности с исследовательским компонентом.

Тема 6.3. Непрерывность.

- Решение задач с помощью соображений непрерывности и нахождения «узкого места»
- Непрерывность обычная и дискретная. Задачи на непрерывность из разных областей. Олимпиадные задачи.

Тема 6.4. Раскраски.

- Раскраска как прием выделения части из группы однородных объектов. Задачи с использованием раскрасок.
- Раскраски и принцип Дирихле как метод решения задач на оценку сверху или снизу.

Тема 6.5. Математическая индукция.

- Ханойская башня. Понятие базы индукции и индуктивного перехода. Упражнения и задачи на применение индукции.
- Математическая индукция и метод спуска. Применение в решения задач.

Раздел 7. Лингвистика.

- Задачи на перевод чисел, слов, словосочетаний, предложений. Решение задач возрастающей сложности (начальный уровень).
- Задачи по лингвистике олимпиадного уровня.

Раздел 8. Комбинаторика и теория вероятности.

Тема 8.1. Комбинаторные объекты.

- Биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля. Подсчет сумм биномиальных коэффициентов в простейших случаях (доказательство по индукции).
- Рекуррентные соотношения. Числа Фиббоначи. Примеры и задачи.



Тема 8.2. Введение в теорию вероятности.

- Дискретные случайные величины, дискретное распределение (на примере бросания монетки). Понятие исхода. Понятие вероятности. Связь с вычислительной комбинаторикой. Упражнения и задачи.
- Понятие случайной величины. Случайные дискретные величины. Сложение и умножение вероятностей. Упражнения и задачи.

Раздел 9. Теория игр.

- Задачи-игры. Инвариант и полуинвариант.
- Задачи повышенной сложности. Применение инварианта, полуинварианта, симметрии и неявной симметрии

Раздел 9. Теория игр.

- Задачи-игры. Инвариант и полуинвариант.
- Задачи повышенной сложности. Применение инварианта, полуинварианта, симметрии и неявной симметрии.

Раздел 10. Планиметрия.

Тема 10.1. Признаки равенства треугольников. Признаки и свойства параллельных прямых. Сумма углов треугольника. Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора.

- Признаки равенства треугольников. Свойства равнобедренных треугольников. Свойства и признаки параллельности прямых. Вводные задачи. «Ключевые» задачи (строгие доказательства фактов, часто применяемых в других задачах). Задачи на доказательство.
- Сумма углов треугольника. Теорема Пифагора. Задачи на доказательство и вычислительные задачи.

Тема 10.2. Параллелограмм. Трапеция. Средняя линия треугольника и трапеции. Теорема Фалеса. Пропорциональные отрезки. Подобие треугольников.

- Вводные задачи и упражнения. «Ключевые» задачи. Задачи на доказательство, вычислительные задачи, задачи на построение.
- Задачи повышенной сложности и олимпиадные.

Тема 10.3. Окружности. Диаметр. Хорда. Касательные. Углы, связанные с окружностью. Описанный и вписанный четырехугольник.

- Окружности. Диаметр. Хорда. Замечательное свойство окружности. Касательные. Описанный четырехугольник Вводные задачи. «Ключевые» задачи (строгие доказательства фактов, часто применяемых в других задачах). Задачи на доказательство, вычислительные задачи, задачи на построение.
- Касающиеся окружности. Углы, связанные с окружностью. Вписанный четырехугольник. Вводные задачи и упражнения. «Ключевые» задачи. Задачи на доказательство, вычислительные задачи, задачи на построение.

Тема 10.4. Площади.

- Площади треугольника, четырехугольников и других многоугольников. Вычислительные задачи.
- Метод площадей. Задачи повышенной сложности и олимпиадные.

Тема 10.4. Задачи на построение.

- Геометрическое место точек. Построения циркулем и линейкой без делений. Вводные задачи и упражнения. «Ключевые» задачи.
- Нестандартные задачи на построение, с избыточными, противоречивыми и недостаточными данными, задачи повышенной сложности и олимпиадные.

Тема 10.5. Движения плоскости.

- Простейшие преобразования (тождественное, параллельный перенос, поворот, симметрия). Скользящая симметрия. Сохраняющие и не сохраняющие ориентацию. Задачи на построение. Кратчайшие пути (отражение).
- Теорема о «трех гроздях». Представление любого движения как композиции не более трёх симметрий. Полная классификация движений. Упражнения и задачи.

Раздел 11. Теория графов.

- Ориентированные графы. Обходы ориентированных графов. Раскраски графов реберные и вершинные. Упражнения и задачи возрастающей сложности.

- Циклы. Деревья. Подграфы. Остовные деревья. Простейшие алгоритмы на графах. Упражнения и задачи возрастающей сложности.

Раздел 12. Различные методы решений задач и доказательств, олимпиадные задачи (обобщение и повторение пройденного материала).

### **Методическое обеспечение программы**

Теоретическая часть рассказывается педагогом в виде коротких сообщений в начале или по ходу занятия и не выносится в отдельные лекции. Практические занятия проводятся с использованием индивидуального раздаточного материала – так называемого «листка» (напечатанной подборки задач для данной группы по теме, в котором педагог отмечает каждому обучающемуся решенные задачи). Личная подборка «листочков» служит также для оценки результата работы обучающегося.

Макет «листка» для печати на принтере подготовлен на ПК с использованием текстовых редакторов, редакторов изображений, издательской системы LaTeX или используется размножение при помощи копира частей ранее изданных пособий.

Диагностика и контроль проводятся на итоговых занятиях в форме командных математических состязаний (Математическая эстафета, «Лесенка», математическая карусель, Математический аукцион, Матбой, и др.) и личных первенств (личная устная олимпиада, «Конкурс тяжеловесов» и др.). Организуется участие обучающихся в выездных и дистанционных математических соревнованиях окружного, городского и регионального уровня, показавшие результаты не ниже похвальной грамоты могут быть освобождены от итоговых занятий.

Для проведения занятий требуется классное помещение, оборудованное классной доской с белым и цветным мелом, партами, стульями. Количество столов и стульев должно соответствовать количеству обучающихся.

## Литература для педагогов:

- Барр Ст. Россыпи головоломок. – М.: Мир, 1978.
- Блинков А.Д. Классические средние в арифметике и геометрии. – М.: МЦНМО, 2012.
- Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1969.
- Гарднер М. Математические головоломки и развлечения. – М.: Мир, 1971.
- Гарднер М. Математические досуги. – М.: Мир, 1972.
- Гарднер М. Математические новеллы. – М.: Мир, 1974.
- Гарднер М. Есть идея! – М.: Мир, 1982.
- Гарднер М. А ну-ка, догадайся! – М.: Мир, 1984.
- Гарднер М. Крестики-нолики. – М.: Мир, 1988.
- Гарднер М. Путешествие во времени. – М.: Мир, 1990.
- Гельфонд А.О. Решение уравнений в целых числах. – М.: Наука, 1983.
- Гуровиц В. М., Ховрина В. В. Графы. – М.: МЦНМО, 2009.
- Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки. – Киров: АСА, 1994.
- Дынкин Е.Г., Успенский В.А. Математические беседы. – М.: ГИТТЛ, 1952.
- Кноп К.А. Взвешивания и алгоритмы. От головоломок к задачам. – М.: МЦНМО, 2011.
- Кордемский Б.А. Математическая смекалка. – М.: ГИТТЛ, 1958.
- Линдгрэн Г. Занимательные задачи на разрезание. – М.: Мир, 1977.
- Математический кружок. Первый год обучения, 5-6 классы (коллектив авторов). – М.: Изд-во АПН СССР, 1991.
- Мерзон Г.А., Яценко И.В. Длина. Площадь. Объем. – М.: МЦНМО, 2009.
- Папи Ф., Папи Ж. Дети и графы. – М.: Педагогика, 1974.
- Пойа Д. Как решать задачу. – М.: Учпедгиз, 1961.
- Пойа Д. Математическое открытие. – М.: Наука, 1970.
- Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Наука, 1975.
- Радемахер Г.Р., Теплиц О. Числа и фигуры. – М.: Физматгиз, 1962.
- Сгибнев А.И. Делимость и простые числа. – М.: МЦНМО, 2012.
- Смаллиан Р. Как же называется эта книга? – М.: Мир, 1981.
- Смаллиан Р. Принцесса или тигр? – М.: Мир, 1985.
- Смаллиан Р. Алиса в стране Смекалки. – М.: Мир, 1987.
- Уфнаровский В.Л. Математический аквариум. – Кишинев: Штиинца, 1987.
- Чулков П.В. Арифметические задачи. – М.: МЦНМО, 2009.
- Шаповалов А.В. Как построить пример? – М.: МЦНМО, 2012.
- Шаповалов А.В. Принцип узких мест. – 2-е изд., дополн. – М.: МЦНМО, 2008.
- Шарыгин И.Ф., Гордин Р.К. Сборник задач по геометрии. 5000 задач с ответами. – М.: «ООО Издательство Астрель», 2001.

- Шень А.Х. Математическая индукция. – 3-е изд., дополн. – М.: МЦНМО, 2007.
- XI Турнир математических боёв им. А. П. Савина. — М.: МЦНМО, 2006.
- XII Турнир математических боёв им. А. П. Савина. — М.: МЦНМО, 2007.

### **Литература для обучающихся:**

- Визам Д., Герцег Я. Игра и логика. – М: Мир, 1975.
- Визам Д., Герцег Я. Многоцветная логика. – М.: Мир, 1978.
- Депман И.Я. Мир чисел. – М.: Детская литература, 1966.
- Игнатъев Е.И. В царстве смекалки. – М.: Terra-Книжный клуб, 2008.
- Зорина Т.П. Спички, ножницы, бумага. – М.: МГДД(Ю)Т, 2012.
- Козлова Е.Г. Сказки и подсказки. Задачи для математического кружка. – М.: МЦНМО, 2008.
- Кордемский Б.А. Математическая смекалка. – М.: ГИТТЛ, 1958.
- Кэрролл Л. История с узелками / Пер. с англ. Данилова Ю.А. – М.: Мир, 1973.
- Кэрролл Л. Логическая игра/ Пер. с англ. Данилова Ю.А. – М.: Наука, 1991.
- Левитас Г. Г. Нестандартные задачи по математике. –М.: Илекса, 2005.
- Перельман Я. И. Живая математика. Математические рассказы и головоломки. – М.: ПТИ, 1934.
- Перельман Я. И. Быстрый счет. – Л.: Дом занимательной науки, 1941.
- Перельман Я. И. Занимательная математика. – М.: Наука, 1967.
- Перельман Я. И. Весёлые задачи для юных математиков. – М.: Римис, 2007.
- Перельман Я. И. Занимательная арифметика. – М.: АСТ, Астрель, 2010.
- Смаллиан Р. Как же называется эта книга? – М.: Мир, 1981.
- Смаллиан Р. Принцесса или тигр? – М.: Мир, 1985.
- Спивак А.В. Тысяча и одна задача по математике: Кн. для учащихся 5-7 кл. – М.:Просвещение, 2011.