

# Отчет за 2009 год

Леонид Рыбников

14 декабря 2009 г.

## 1 Научные результаты 2009 года

За прошедший год мной написаны в соавторстве и поданы в печать 2 статьи [3, 4] и одна [5] (совместно с Фейгиным и Финкельбергом) находится в стадии подготовки.

В [4] изучается замыкание семейства максимальных коммутативных подалгебр универсальной обертывающей алгебре, порожденных гамильтонианами модели Годена, и соответствующие вырождения классических интегрируемых систем. Мы, в частности, показываем, что подходящий предельный переход при слиянии полюсов соответствующей матрицы Лакса приводит к новым системам лиувиллевых интегралов в классическом случае и новым вырожденным "алгебрам Годена" в квантовом случае. Мы отдельно рассматриваем случай полного слияния полюсов, дающий обобщение так называемых "bending flows" Каповича и Миллсона. Соответствующие предельные подалгебры в универсальной обертывающей алгебре в случае алгебры Ли  $gl_k$  дают обобщение квантовых интегрируемых систем, изучавшихся ранее Falqui и Musso, являющихся квантованием систем "bending flows". С другой стороны, при помощи двойственности Шура–Вейля и Хау, эти подалгебры отождествляются с некоторыми обобщениями подалгебр Гельфанда–Цетлина в групповой алгебре симметрической группы и в  $U(gl_n)$  соответственно, описанных ранее Винбергом и Тарасовым.

В [2] предложена геометрическая конструкция базиса Гельфанда–Цетлина в общем модуле Верма для алгебры Ли  $gl_n$ . Модуль Верма реализуется как прямая сумма локализованных эквивариантных когомологий компактификаций Ломона пространств модулей базированных отображений данной степени из проективной прямой в пространство флагов. Базис из неподвижных точек в локализованных эквивариантных когомологиях становится при этом отождествлении базисом Гельфанда–Цетлина в модуле Верма. Мы описываем кольца эквивариантных когомологий многообразий Ломона как факторы подалгебры Гельфанда–Цетлина в универсальной обертывающей алгебре  $U(gl_n)$ . Кроме того, мы выдвигаем гипотезу, описывающую кольца квантовых когомологий многообразий Ломона как факторы коммутативной подалгебры сдвига аргумента в  $U(gl_n)$ . В [3] конструкция из [2] обобщена на случай аффинной алгебры  $\hat{gl}_n$ . В частности, строится базис Гельфанда–Цетлина в универсальном модуле Верма для  $\hat{gl}_n$ , а также в интегрируемых модулях, и выписываются формулы для действия образующих Шевалле в этих базисах. Показано, что действие  $\hat{gl}_n$  на этих модулях продолжается до действия аффинного янгиана типа  $A_{n-1}$ , и также выписаны формулы для действия образующих в базисе Гельфанда–Цетлина.

## 2 Доклады и участие в конференциях

1. 22 June to 26 June 2009, Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, Cambridge, UK, "Representation Theory and Lie Theory", без доклада.
2. 23 - 27 March 2009, Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, Cambridge, UK "Algebraic Lie Structures with Origins in Physics", без доклада.
3. Prague, Czech Republic, June 17–21, International Colloquium on Integrable Systems and Quantum Symmetries, ISQS18, доклад "Gelfand-Tsetlin algebras and cohomology rings of Laumon spaces"
4. University of Sydney Algebra Seminar, Friday 6th November, доклад "Hamiltonian reduction, Yangians and quantization of Laumon moduli spaces".

## 3 Педагогическая деятельность

В течение весеннего и осеннего семестров 2009 года читал спецкурс по алгебрам Ли и группам Ли в НМУ. С сентября 2009 года преподаю на факультете математики ГУ-ВШЭ.

## 4 Итоговый отчет

Первая из заявленных целей (описание спектра неоднородных алгебр Годена и, в частности, алгебр сдвига аргумента в неприводимых конечномерных представлениях соответствующей полупростой алгебры Ли) в целом достигнута. А именно, в [1] получено полное описание спектра таких алгебр в терминах оперов на проективной прямой. В качестве побочного результата возникает некая естественная структура градуированной фробениусовой алгебры на любом конечномерном неприводимом представлении простой алгебры Ли. Это открывает ряд новых вопросов о геометрическом смысле этой структуры в терминах исчисления Шуберта на аффинном грассманиане. Близкий к этому вопрос обсуждается в [2], где мы выдвигаем гипотезу о том, что кольцо эквивариантных квантовых когомологий многообразий Ломона (представляющих собой неособую компактификацию пространств модулей отображений данной степени из проективной прямой в пространство флагов) есть некоторый естественный фактор алгебры сдвига аргумента. Интересно также исследовать возможные приложения полученных таким образом фробениусовых алгебр к категорным инвариантам зацеплений (идея предложена И.Мирковичем и М.Ховановым).

Вторая заявленная цель (обобщение конструкции квантовых алгебр сдвига аргумента на аффинный случай) на данный момент не достигнута, но уже получены (совместно с Б.Фейгиным и Э.Френкелем) некоторые результаты о связи аффинных оперов (гипотетически, параметризующих спектр алгебр сдвига аргумента в аффинном случае) с разностными операми, решающих аналогичную задачу для соответствующей (не аффинной) квантовой группы. Переход от аффинных оперов к разностным основан на некотором естественном обобщении результатов Болча о пуассоновой структуре

на данных Стокса линейного дифференциального уравнения с иррегулярной особенностью второго порядка. Мы надеемся это развить в следующих публикациях.

## Список литературы

- [1] B. Feigin, E. Frenkel and L. Rybnikov, *Opers with irregular singularity and spectra of the shift of argument subalgebra*. Preprint math.QA/0712.1183.
- [2] Boris Feigin, Michael Finkelberg, Igor Frenkel, Leonid Rybnikov, *Gelfand-Tsetlin algebras and cohomology rings of Laumon spaces*. Preprint math.AG/0806.0072 .
- [3] Boris Feigin, Michael Finkelberg, Andrei Negut, Leonid Rybnikov, *Yangians and cohomology rings of Laumon spaces*. Preprint math.AG/0806.0072 .
- [4] A. Chervov, G. Falqui and L. Rybnikov, *Limits of Gaudin Systems: Classical and Quantum Cases*. SIGMA 5 (2009), 029, 17 pages, math.QA/0903.1604.
- [5] Boris Feigin, Michael Finkelberg, Leonid Rybnikov, *Quantization of Drinfeld Zastava*. in preparation.