

## Отчет Ивана Аржанцева по гранту Пьера Делиня за 2008 год

### Работы, опубликованные или подготовленные в 2008 году

- [1] I.V. Arzhantsev: Invariant ideals and Matsushima's criterion. *Comm. Algebra* **36** (2008), 1–7
- [2] I.V. Arzhantsev and J. Hausen: Geometric Invariant Theory via Cox rings. *J. Pure Appl. Algebra* **213** (2009), 154–172
- [3] (\*) И.В. Аржанцев: Проективные вложения с малой границей для однородных пространств. *Известия РАН, Сер. Мат.*, принято к печати; arXiv: 0801.1967 [math.AG]
- [4] (\*) И.В. Аржанцев: О факториальности колец Кокса. *Мат. Заметки*, принято к печати; arXiv: 0802.0763 [math.AG]
- [5] I.V. Arzhantsev and A.P. Petravchuk: Saturated subfields and invariants of finite groups, сдана в печать; arXiv: 0808.3132 [math.RA]
- [6] (\*) I.V. Arzhantsev and S.A. Gaifullin: Cox rings, semigroups and automorphisms of affine algebraic varieties, сдана в печать; arXiv: 0810.1148 [math.AG]

Работы с отметкой (\*) выполнены при поддержке гранта Пьера Делиня.

### Основные научные результаты, полученные в 2008 году

Обобщенная конструкция Кокса сопоставляет алгебраическому многообразию замечательный инвариант — его тотальное координатное кольцо, или кольцо Кокса. В работе [4] дано новое доказательство факториальности кольца Кокса в случае, когда группа классов дивизоров многообразия конечно порождена и свободна. Это доказательство основано на понятии однородной факториальности мультиградуированной алгебры. В случае наличия кручения в группе классов мы показываем, что кольцо Кокса по-прежнему однородно факториально, однако факториальность может утратиться. В качестве примеров рассматриваются кольца Кокса однородных пространств аффинных алгебраических групп.

В работе [3] изучаются эквивариантные открытые проективные вложения однородных пространств, в которых дополнение до открытой орбиты имеет коразмерность  $\geq 2$ . Рассмотрен критерий наличия у пространства такого вложения, доказана конечность числа таких вложений, а также дана конструкция построения вложений в терминах геометрической теории инвариантов. Применение обобщенной конструкции Кокса и теории колец со связками позволяет описать ряд геометрических свойств вложений в комбинаторных терминах. Эти результаты являются непосредственным развитием результатов работы (I.V. Arzhantsev and J. Hausen: On embeddings of homogeneous spaces with small boundary. *J. Algebra* **304:2** (2006), 950–988).

Работа [6] посвящена изучению реализации Кокса нормального аффинного многообразия с конечно порожденной группой классов дивизоров. Под реализацией Кокса понимается каноническое задание аффинного многообразия в виде категорного фактора однородно факториального аффинного многообразия по действию квазитора Нерона-Севери. Такая реализация описана для фактор-пространства по линейному действию конечной группы. Доказано универсальное свойство реализации Кокса, а также изучены возникающие в этой связи свойства теории дивизоров абстрактной полугруппы (в смысле

Боревича-Шафаревича). Показано, что каждый автоморфизм аффинного многообразия поднимается до автоморфизма кольца Кокса, нормализующего градуировку. Это позволяет доказать, что группа автоморфизмов аффинного торического многообразия размерности  $\geq 2$  без непостоянных обратимых функций бесконечномерна, а также предъявить дикий автоморфизм трехмерного квадратичного конуса, полученный спуском известного автоморфизма Аника алгебры многочленов от четырех переменных (последнее является результатом дипломной работы моего соавтора и аспиранта С.А. Гайфуллина).

В следующем году я планирую продолжить работу над задачами, перечисленными в поддержанном грантом проекте.

### Участие в конференциях и семинарах

Заседание Московского Математического общества 19 февраля 2008 г., доклад: "Кольца Кокса и алгебраические группы преобразований"

Международная алгебраическая конференция, посвященная 100-летию А.Г. Куроша, 28 мая – 3 июня 2008 г., Москва; пленарный доклад "Кольца Кокса и алгебраические группы преобразований"

Международная конференция "New Horizons in Toric Topology", 7-11 июля 2008 г., Манчестер, Великобритания; приглашенный доклад "Кольца Кокса и алгебраические группы преобразований"

Киевский алгебраический семинар (рук. Ю.А. Дрозд, В.В. Кириченко, А.П. Петравчук и В.И. Суцанский), Киевский Национальный университет, 21 октября 2008 г., Киев, Украина; доклад "Ручные и дикие автоморфизмы градуированных колец многочленов"

Международная алгебраическая конференция "Мальцевские Чтения-08" 11-13 ноября 2008 г., Новосибирск; сообщение "Кольца Кокса, полугруппы и автоморфизмы аффинных многообразий"

### Педагогическая работа

23 мая 2008 г. мой аспирант В.С. Жгун успешно защитил кандидатскую диссертацию "Геометрия действий торов на многообразиях флагов". На 26 декабря запланирована защита диссертации нашего совместного с Э.Б. Винбергом аспиранта А.Н. Минченко на тему "О полупростых подалгебрах особых алгебр Ли".

В текущем году я продолжаю проводить семинарские занятия по алгебре на 1-2 курсах механико-математического факультета МГУ им.М.В. Ломоносова, вхожу в число руководителей научно-исследовательского семинара "Группы Ли и теория инвариантов" (совм. с Э.Б. Винбергом, А.Л. Онищиком и Д.А. Тимашевым), провожу два учебных спецсеминара для студентов, посвященных алгебраической геометрии, теории представлений, группам и алгебрам Ли, алгебраическим группам и теории инвариантов (совм. с Д.А. Тимашевым). В весеннем семестре читал спецкурс "Введение в алгебраическую геометрию и коммутативную алгебру" для студентов 2-3 курсов и спецкурс "Эллиптические кривые и криптография" для 5 курса, специализация — "Защита информации". Руководжу работой 3 аспирантов и 8 студентов. В рамках VIII летней школы "Современная математика" (июль 2008 г., г. Дубна) прочитал курс "Представления колчанов и матричные задачи" (4 лекции).

Опубликованные или подготовленные в этом году статьи студентов и аспирантов:

- [1] O.V. Chuvashova: The main component of the toric Hilbert scheme. *Tohoku Math.J.* 60:3 (2008), 365-382
- [2] В.С. Жгун: Вариация фактора Мамфорда действия тора на многообразии полных флагов. II, *Мат. Сборник* 199:3 (2008), 25-44
- [3] К.Г. Курумжиан: Simple  $SL(n)$ -modules with normal closures of maximal torus orbits, дана в печать, [arXiv:0608.1981](#) [[math.AG](#)]
- [4] С.Н. Федотов: Аффинные алгебраические группы с периодическими компонентами. *Мат. Сборник*, принята к печати; [arXiv:0806.2130](#) [[math.AG](#)]. Эта работа попала в финал XII конкурса Мебиуса
- [5] А.Ю. Перепечко: Affine algebraic monoids as endomorphisms' monoids of finite-dimensional algebras, дана в печать, [arXiv: 0809.2356](#) [[math.AG](#)]