

Отчет Ивана Аржанцева по гранту Пьера Делиня за 2009 год

Работы, опубликованные или подготовленные в 2009 году

[1] (with J. Hausen) Geometric Invariant Theory via Cox rings. *J. Pure Appl. Algebra* **213**, no. 1 (2009), 154–172; arXiv: 0706.4353

[2] (*) Проективные вложения с малой границей для однородных пространств. *Известия РАН, Сер. Математическая* **73:3** (2009), 5–22; English transl.: *Izvestiya RAN, Ser. Math.* **73**, no. 3 (2009), 437–453; arXiv: 0801.1967

[3] (*) О факториальности колец Кокса. *Мат. Заметки* **85:5** (2009), 643–651; English transl.: *Math. Notes* **85**, no. 5 (2009), 623–629; arXiv: 0802.0763

[4] (с А.П. Петравчуком) О насыщенности подполей инвариантов конечных групп. *Мат. Заметки* **86:5** (2009), 659–663; English transl.: *Math. Notes* **86**, no. 5 (2009), 625–628; arXiv: 0808.3132

[5] (*) (с С.А. Гайфуллиным) Кольца Кокса, полугруппы и автоморфизмы аффинных многообразий. *Мат. Сборник* **201:1** (2010), 3–24; English transl.: *Sbornik: Math.* **201**, no. 1 (2010); arXiv: 0810.1148

[6] (with D. Celik and J. Hausen) Factorial algebraic group actions and categorical quotients. Сдана в печать; arXiv: 0908.0443

[7] (*) (with S.A. Gaifullin) Homogeneous toric varieties. Сдана в печать; arXiv: 0908.1851

[8] (*) (with E.V. Sharoyko) Hassett-Tschinkel correspondence: modality and projective hypersurfaces. Сдана в печать; arXiv: 0912.1474

Работы с отметкой (*) выполнены при поддержке гранта Пьера Делиня.

Основные результаты, полученные в 2009 году

В работе [6] изучается проблема существования категорного фактора для действия аффинной алгебраической группы на нормальном алгебраическом многообразии. Хорошо известно, что категорный фактор существует для действия редуктивной группы на аффинном многообразии, и в этом случае факторпространство аффинно. Если редуктивная группа действует на проективном многообразии, конструкция Мамфорда позволяет построить категорный фактор для определенных открытых инвариантных подмножеств, называемых подмножествами полустабильных точек. Для нередуктивных групп известны частичные обобщения этой конструкции, см. обзор (B. Doran, F. Kirwan: Towards non-reductive Geometric Invariant Theory. *Pure Appl. Math. Q.* **3**, no. 1 (2007), 61–105).

Назовем действие аффинной алгебраической группы G на нормальном многообразии X факториальным, если каждый G -инвариантный простой дивизор на X является множеством нулей некоторой регулярной инвариантной функции. Например, факториальными являются произвольные действия унипотентной или полупростой группы на факториальном квазаффинном многообразии. Мы указываем критерий существования категорного фактора для факториальных действий в категории алгебраических многообразий. В случае, когда алгебра инвариантов конечно порождена, доказано, что категорный фактор всегда существует в категории конструктивных пространств.

Основным результатом работы [7] является классификация торических многообразий с транзитивным действием полупростой алгебраической группы G . Доказано, что каждое такое многообразие в определенном смысле заключено между произведением проколотых аффинных пространств и произведением проективных пространств, а группа G является произведением групп $SL(n)$ и $Sp(2n)$. Доказательство использует реализацию Кокса торического многообразия, возможность поднятия действия на тотальное координатное пространство и ограничения на структуру G -модуля на этом пространстве.

В работе (В. Hassett, Yu. Tschinkel: Geometry of equivariant compactifications of G_a^n . Int. Math. Res. Notices **20** (1999), 1211-1230) установлено замечательное соответствие между локально транзитивными действиями коммутативной унипотентной алгебраической группы G_a^n и конечномерными локальными алгебрами. Работа [8] посвящена продолжению изучения этого соответствия. В терминах локальных конечномерных алгебр описана модальность локально транзитивных G_a^n -действий на проективных пространствах, классифицированы действия модальности один и охарактеризованы локально транзитивные G_a^n -действия на проективных гиперповерхностях данной степени. Отдельно изучаются действия на вырожденных проективных квадратах.

Результаты работ [2], [3] и [5] отражены в моем отчете за 2008 год.

В следующем году я планирую продолжить работу над задачами, перечисленными в поддержанном грантом проекте.

Участие в конференциях и семинарах

Конференция "Молодая математика России" победителей конкурсов Пьера Делина и фонда 'Династия', 12-13 января 2009, Москва; доклад "Кольца Кокса, геометрическая теория инвариантов и автоморфизмы многообразий"

Международный алгебраический семинар, посвященный 80-летию со дня рождения профессора А.И. Кострикина, МГУ, 24-26 февраля 2009, Москва; доклад "Локальные конечномерные алгебры и действия с открытой орбитой"

Летняя школа-конференция 'Алгебры Ли, алгебраические группы и теория инвариантов', Самара, 8-15 июня 2009; доклад "Локальные конечномерные алгебры и G_a^n -действия"

Семинар 'Cox Rings', университет г. Тюбинген, Германия, 10-11 июля 2009; доклад "Cox ring and automorphisms of affine varieties"

Международная конференция 'Algebraic Groups and Invariant Theory Conference', Аскона, Швейцария, 30 августа – 4 сентября 2009.

Объединенный алгебраический семинар Киевского и Московского университетов, Киевский Национальный университет им. Тараса Шевченко, 12-13 октября 2009, Украина; доклад "Локальные конечномерные алгебры и действия унипотентных групп"

Международная конференция 'Дискретная математика, алгебра и их приложения', Минский Национальный университет, 19-22 октября 2009, Беларусь; доклад "Локальные конечномерные алгебры и G_a^n -действия"

Совместный британско-российский семинар 'Toric Topology in Manchester 09', университет г. Манчестер, 2-3 ноября 2009, Великобритания; доклад "Homogeneous toric varieties"

Семинар университета г. Эдинбург по геометрии, 5 ноября 2009, Великобритания; доклад "Factorial algebraic group actions and categorical quotients"

Педагогическая работа

В текущем году я продолжаю проводить семинарские занятия по алгебре на 1-2 курсах механико-математического факультета МГУ им.М.В. Ломоносова, вхожу в число руководителей научно-исследовательского семинара "Группы Ли и теория инвариантов" (совм. с Э.Б. Винбергом, А.Л. Онищиком и Д.А. Тимашевым), участвую в проведении учебных спецсеминаров по алгебраической геометрии, теории представления, группам и алгебрам Ли, алгебраическим группам и теории инвариантов (совм. с Э.Б. Винбергом и Д.А. Тимашевым). Получил ученое звание доцента. В осеннем семестре читал спецкурс "Инварианты конечных групп" для студентов 2-3 курсов. Руководжу работой 5 аспирантов и 6 студентов. Участвую в организации и проведении студенческих олимпиад по алгебре на мех-мат факультете МГУ. Активно работал в оргкомитете летней школы-конференции "Алгебры Ли, алгебраические группы и теория инвариантов" для молодых российских ученых, аспирантов и студентов старших курсов, которая прошла в июне 2009 года в Самаре.

Опубликованные или подготовленные в этом году работы студентов и аспирантов:

- [1] K.G. Kuyumzhiyan: Simple $SL(n)$ -modules with normal closures of maximal torus orbits. *J. Algebraic Comb.* **30** (2009), 515-538; arXiv: 0608.1981
- [2] A.Yu. Perepechko: Affine algebraic monoids as endomorphisms' monoids of finite-dimensional algebras. *Proceedings of the AMS* **137**, no. 10 (2009), 3227-3233; arXiv: 0809.2356
- [3] Е.В. Шаройко: Соответствие Хассета-Чинкеля и автоморфизмы квадрики. *Мат. Сборник* (в печати); arXiv: 0902.4529
- [4] С.Н. Федотов: Аффинные алгебраические группы с периодическими компонентами. *Мат. Сборник* **200:7** (2009), 145–160; English transl.: *Sbornik Math.* **200**, no. 7 (2009); arXiv: 0806.2130
- [5] S.N. Fedotov: Semiinvariants of 2-representations of quivers. arXiv: 0909.4489