ОТЧЕТ
СТИПЕНДИАТА ФОНДА «ДИНАСТИЯ»
Т.М. САДЫКОВА ЗА 2008 ГОД

1. Научные результаты. В результате проделанной работы получена классификация двумерных гипергеометрических систем, чье пространство решений является прямой суммой одномерных инвариантных подпространств. А именно, системы с таким свойством соответствуют двум классам целочисленных многоугольников: а) зонотопам (то есть многоугольникам, представимым в виде суммы Минковского отрезков с целочисленными вершинами) и б) суммам Минковского треугольника и отрезков, параллельных сторонам данного треугольника.

Приведем точную формулировку этого результата. Гипергеометрическая система дифференциальных уравнений в частных производных задается целочисленной матрицей максимального ранга $A = (a_{ij})$, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$, и комплексным вектором параметров $c = (c_1, \ldots, c_m)$. Обозначим через $A_1, \ldots, A_m$ строки матрицы A, а через $\theta = (\theta_1, \ldots, \theta_n)$, $\theta_i = x_i \frac{\partial}{\partial x_i}$ – вектор эйлеровых производных по переменным $(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{C}^n$. Рассмотрим дифференциальные операторы с полиномиальными коэффициентами

$$P_i = \prod_{a_{ji}>0} \prod_{l=0}^{a_{ji}-1} (A_j \cdot \theta + c_j + l), \tag{1}$$

$$Q_i = \prod_{a_{ji}<0} \prod_{l=0}^{|a_{ji}|-1} (A_j \cdot \theta + c_j + l), \text{ и} \tag{2}$$

$$H_i = x_i P_i - Q_i, \quad i = 1, \ldots, n, \tag{3}$$

где $A_j \cdot \theta = \sum_{k=1}^{n} a_{jk}\theta_k$. Гипергеометрической системой дифференциальных уравнений Горна, заданной матрицей A и вектором параметров c, называется следующий левый идеал в алгебре Вейля D_n линейных дифференциальных операторов с полиномиальными коэффициентами: $\mathrm{Horn}(A, c) = (H_1, \ldots, H_n) \subseteq D_n$.

Если сумма всех элементов каждого столбца матрицы A равна нулю, то соответствующая система уравнений называется неконфлюэнтной. В дальнейшем мы будем рассматривать только неконфлюэнтные гипергеометрические системы. Без ограничения общности можно предполагать, что элементы каждой строки матрицы A взаимно просты.

При $n = 2$ с матрицей A, задающей гипергеометрическую систему уравнений, удобно связать многоугольник $\mathcal{P}$ с целыми вершинами, внешние нормали к сторонам которого являются строками матрицы A. При этом относительная длина стороны $\mathcal{P}$ равна числу повторений соответствующей (нормальной) строки в матрице A. Многоугольник $\mathcal{P}$ определяется матрицей A однозначно с точностью до сдвига на целочисленный вектор. Обратно, любой многоугольник $\mathcal{P}$ однозначно определяет матрицу внешних нормалей к его сторонам, а значит, (в совокупности с параметром c) и неконфлюэнтную гипергеометрическую систему уравнений. Мы будем обозначать ее $\mathrm{Horn}(A(\mathcal{P}), c)$.

Значительный интерес представляет вопрос об описании гипергеометрических систем Гельфанда-Капранова-Зелевинского, в пространстве голоморфных решений которых есть одномерное подпространство с тривиальным действием группы монодромии на нем (что соответствует существованию рационального решения). Одной из целей проделанной за отчетный период работы является решение тесно связанной с этим вопросом задачи описания гипергеометрических систем, чьи пространства голоморфных решений есть прямые суммы одномерных инвариантных (относительно действия группы монодромии) подпространств. Будем называть монодромию таких систем уравнений максимально приводимой.

Напомним, что зонотопом называется многогранник, являющийся суммой Минковского отрезков. Одним из результатов проведенных исследований является следующая теорема.

Теорема 1 *Для того чтобы двумерная неконфлюэнтная гипергеометрическая система* $\mathrm{Horn}(A(\mathcal{P}), c)$ *имела для некоторого* $c \in \mathbb{C}^n$ *максимально приводимую монодромию, необходимо и достаточно,* *чтобы $\mathcal{P}$ был либо а) зонотопом, либо б) суммой Минковского некоторого треугольника $\triangle$ и любого числа отрезков, каждый из которых параллелен одной из сторон $\triangle$.*

Другие результаты, полученные за отчетный период, связаны с задачей эффективного вычисления полиномиальных базисов в пространствах решений гипергеометрических систем уравнений.

2. Публикации. За отчетный период опубликованы следующие работы:

- Т. М. Садыков, *Hypergeometric systems with polynomial bases*, Журнал Сибирского федерального университета. Математика и физика **1** (2008), 25-32.
- Ф. Ларуссон, Т. М. Садыков, *Дискретный вариант проблемы Римана-Гильберта*, Успехи Мат. Наук **63**:5 (2008), 193-194.
- Т. М. Садыков, *Гипергеометрические системы уравнений с максимально приводимой монодромией*, Докл. Рос. Акад. Наук Сер. мат. **423**:4 (2008), 455-457.

3. Участие в конференциях и выступления с докладами.

- Выступление на международной конференции «Геометрия и анализ на комплексных алгебраических многообразиях» (сентябрь 2008 г., Независимый московский университет)
- Доклад на собрании Московского математического общества (ноябрь 2008 г.)
- Доклад на семинаре по комплексному анализу в Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН (ноябрь 2008 г., Новосибирск)

4. Педагогическая деятельность. На протяжении 2008 г. я преподавал в Сибирском федеральном университете следующие дисциплины: функциональный анализ (лекции и практические занятия), спецкурс «Теория функций многих комплексных переменных», спецкурс «Системы компьютерной алгебры», информатика для студентов химического факультета, информационные технологии в социальной сфере. В конкурсе на звание лучшего преподавателя Сибирского федерального университета, к участию в котором допускают по результатам анонимного анкетирования студентов, я по итогам 2008 года занял второе место.

Другие аспекты моей педагогической деятельности в 2008 году:

- Я принял участие в работе жюри студенческой конференции «Технологии Microsoft в теории и практике программирования» (март 2008 г., Новосибирский государственный университет)

- В настоящее время я руковожу выполнением одной магистерской диссертации, двух дипломных работ и пяти курсовых работ.

- В марте 2008 г. я принимал участие в работе жюри краевой олимпиады по математике для школьников, а также в подготовке команды школьников для выступления в региональной олимпиаде по математике.