

Отчет по гранту Делиня за 2010 год

Владлен Тиморин

Результаты, полученные в этом году

В этом году, я доказал общую теорему о частично определенных полусопряжениях между рациональными функциями. Рациональные функции от одной комплексной переменной рассматриваются как динамические системы на сфере Римана. С этой точки зрения (динамической), рациональные функции делятся на простые (гиперболические) и сложные. Гиперболическое поведение является сжимающим на одной части сферы (множестве Фату) и отталкивающим на другой части (множестве Жюлиа). Это поведение устойчиво.

Про топологическую динамику негиперболических рациональных функций, не являющихся многочленами, мало что известно. Дело в том, что для рациональных функций отсутствует мощная техника пазлов Йоккоза, позволяющая эффективно решать большинство комбинаторных проблем, и открывающая дверь локальным аналитическим методам. Пазлы Йоккоза дают геометрическое марковское разбиение множества Жюлиа, и позволяют локализовать динамику. Динамику же рациональных функций трудно локализовать.

В этом году я показал, что динамику многих рациональных функций (серьезным ограничением является только существование хотя бы одной суперпритягивающей орбиты) удастся отобразить в, или, что называется, полусопрячь с динамикой гиперболических функций на очень большом множестве (дополнении до счетного числа гладких кривых), причем это полусопряжение в некотором естественном смысле голоморфно. Этот результат обобщает предложенную мной ранее хирургическую операцию — переклейку — на очень широкий класс рациональных функций, хотя соответствующая топологическая процедура менее конструктивна. Главная сложность заключается в том, что построенное полусопряжение может склеивать большие части сферы, на которых динамика сложная, в точки. Этого никак не избежать, поскольку в гиперболических отображениях такая сложная динамика никогда не встречается. Но хорошо то, что части со сложной динамикой удастся эффективно локализовать. Я надеюсь, что построенное средство локализации может сыграть полезную роль в рациональной динамике, аналогичную роли пазлов Йоккоза в полиномиальной динамике. Эти результаты изложены в работе [2].

Вместе с А. Блохом, Л. Оверстигеном и Р. Птачеком, мы продолжаем изучать комбинаторику и топологию пространства параметров кубических многочленов. Мы частично описали сердцевину бифуркационного множества в пространстве параметров, играющую роль, аналогичную главной кардиоиде множества Мандельброта. Из этой сердцевины растут все остальные части бифур-

кационного множества. Мы рассматриваем топологические многочлены, т.е. топологические динамические системы, похожие на обычные многочлены, но лишенные аналитических патологий. Такие динамические системы являются далеко идущими обобщениями непрерывных кусочно-линейных отображений отрезка. Мы дали простое описание динамической сердцевины топологического многочлена степени 2 или 3, то есть минимального полного подконтинуума во множестве Жюлиа, содержащего омега-предельные точки всех разделителей. Этот результат обобщает аналогичные результаты для кусочно-линейных отображений отрезка. Кроме того, мы описали топологические квадратные и кубические многочлены, у которых динамическая сердцевина минимальна. Именно такие многочлены соответствуют сердцевине бифуркационного множества. Мы подготовили текст статьи [3], и собираемся подать ее в журнал в ближайшее время.

Из проектов, непосредственно не связанных с темой гранта, отмечу совместный проект с В.А. Кириченко и Е.Ю. Смирновым [4]: исчисление Шуберта на пространстве полных флагов при помощи кольца, построенного по многочлену объема многогранника Гельфанда–Цетлина.

Опубликованные и поданные в печать работы

- [1] В.А. Тиморин, А. Г. Хованский, “Многогранники и уравнения”, Мат. просвещение, Сер. 3, 2010. No 14., С. 30–57
- [2] V. Timorin, “Partial holomorphic semiconjugacies between rational functions”, arXiv:1008.4670v1 [math.DS], Submitted to Ann. Math.

Препринты:

- [3] A. Blokh, L. Oversteegen, R. Ptacek, V. Timorin, “Core-minimal cubic laminations”
- [4] V. Kiritchenko, E. Smirnov, V. Timorin, “Schubert calculus on Gelfand–Zetlin polytopes”
- [5] V. Timorin, “Moore’s theorem”, arXiv:1001.5140v1 [math.DS]

Участие в конференциях и школах

Февраль зимняя школа ГУ-ВШЭ по математике

Сентябрь Complex dynamics around Thurston’s theorem, Роскильде, Дания

Доклады на семинарах:

- семинар по комплексному анализу, МГУ
- семинар по дифференциальным уравнениям и динамическим системам, МИАН
- семинар по динамическим системам, МГУ
- Geometry and dynamics seminar, Jacobs University Bremen
- Topology seminar, MPIM Bonn

Работа в научных центрах и международных группах

- Max Planck Institute for Mathematics
- Jacobs University Bremen

Педагогическая деятельность

Я преподаю на факультете математики Высшей Школы Экономики. В этом году, я читал следующие курсы:

1. гамильтоновы и интегрируемые системы, 3 курс
2. компьютерные вычисления, 2 курс
3. современные компьютерные технологии, 1 курс магистратуры
4. научно-исследовательский семинар по дискретным динамическим системам, 1-3 курсы и магистратура.

Кроме того, я участвовал в проведении учебных семинаров по геометрии на 1 курсе и по логике на 1 курсе. Я являюсь куратором магистратуры по математике, и отвечаю за проведение профориентационной зимней школы по математике для студентов ВУЗов. Кроме того, я занимаюсь подготовкой заданий и проведением студенческой олимпиады ГУ-ВШЭ по математике.

Я руковожу курсовыми работами следующих студентов:

- Шишкин Денис, 3 курс, задача Гурвица о суммах квадратов
- Машанова-Голикова Инна, 3 курс, теорема Шарковского
- Пушкарь Александра, 3 курс, Внешние бильярды
- Клименко Артур, 2 курс, Число вращения, пример и теорема Данжуа
- Петров Дмитрий, 2 курс, метод Ньютона

- Сальников Михаил, 2 курс, теорема Мура
- Папаянов Григорий, 1 курс, статистика цепных дробей
- Якшева Ольга, магистратура, динамика рациональных функций

В Независимом Московском Университете, я веду основной курс анализа для студентов 1 курса.