

(имя файла)

2. План исследования (Research statement) _____

Основная задача проекта состоит в исследовании Симплектического Соответствия Гекке. Это соответствие устанавливается отображением (точнее изоморфизмом) расслоений везде, кроме отмеченной точки на комплексной кривой, тем самым меняя степень расслоения. В случае расслоений степени ноль и один это отображение было получено явно как калибровочное преобразование поля Хиггса (в расслоении эндоморфизмов). С точки зрения интегрируемых систем оно описывало замену переменных в динамиках частиц (типа Калоджеро) и твердого тела (типа многомерного волчка). Замечательное свойство состоит в том, что детерминант является производящей функцией важных канонических преобразований и одновременно описывает основное состояние квантовой задачи, то есть является решением соответствующего уравнения Шредингера. Это утверждение, впрочем, нуждается в точной формулировке и является одной из задач проекта. А именно, предполагается, построение собственных функций в терминах модификаций. Будут использоваться результаты Д.Талалаева, А.Червова и В.Рубцова (которые предложили квантование систем Хитчина в терминах уравнения Книжника-Замолотчикова). Также, оказывается, что операторы Лакса могут быть записаны в терминах модификаций в явном виде. Тем самым есть надежда на обобщение конструкции Хитчина и построения описания интегрируемых систем в явном виде (используя, например, параметризацию Тюринга). Это дает надежду на решение и другой, более сложной задачи – построение лаксовой пары двойной эллиптической системы. Эта система представляет большой интерес. Ее описание (уже сделанное в формальном виде Горским, Мироновым, Морозовым, Некрасовым, Одесским, Рубцовым, Фейгенумом), в частности, должно обобщать квадратичные алгебры (типа алгебр Складина) и выявить общую групповую конструкцию интегрируемых моделей. Одним из возможных подходов является и алгебра Гекке, в терминах которой можно определить систему (И.Чередник). Однако в случае с эллиптическими системами возникают значительные затруднения. Одной из целей проекта является обобщение конструкции Чередника на эллиптический случай в терминах модификаций.

Предполагается также использовать S-дуальность в N=4 SUSY теории Янга-Миллса для изучения геометрической программы Ленглендса. На этом пути возникает множество соответствий между объектами в калибровочных теориях и в классических интегрируемых системах (системах Хитчина), либо в системах, сохраняющих монодромии, вроде уравнения Пенлеве. Так, собственно, S-дуальность переходит в двойственность по Ленглендсу, а операторы т'Хофта в Симплектическое Соответствие Гекке (ССГ) систем Хитчина, введенное нами ранее. В нашей работе рассматривалась группа $SL(n)$ и системы Хитчина на торе. С точки зрения интегрируемых систем им отвечают системы частиц со спином типа эллиптических систем Калоджеро-Мозера, либо систем взаимодействующих волчков на группе $SL(n)$. Оказалось, что ССГ в этом случае есть ни что иное, как известный Бакстеровский твист переводящий R-матрицы IRF-моделей в R-матрицы вершинных моделей, таких как XYZ цепочки. Таким образом, возникает замечательное соответствие между монополярными конфигурациями в N=4 SUSY теории Янга-Миллса и твистами в интегрируемых спиновых цепочках.

Мы предполагаем развивать этот подход далее в различных направлениях. Предлагается изучить подробно тригонометрическое и рациональное вырождение ССГ. Заметим, что в простейших случаях на этом пути возникают новые R-матрицы, отвечающие 7-ми и 11-и вершинным моделям. Для эллиптических спектральных кривых мы рассчитываем получить новые системы типа Калоджеро-Мозера, а также новые динамические r-матрицы, дополняющие классификацию, предложенную в работах Варченко, Этингофа и Шифмана. Давно известно два значимых для физических приложений обобщения конечномерных групп Ли - группы петель и квантовые группы (алгебры Хопфа). Между этими категориями существует соответствие, проявляемое в конформных теориях. Известно, что в модели Весса-Зумино-Виттена, чье действие является геометрическим действием для группы петель, существует скрытая симметрия квантовой группы, порождаемой скринингами. Другое проявление этого соответствия – соответствие Дринфельда-Конно, описывающие монодромии уравнения Книжника-Замолодчикова, связанного с моделью Весса-Зумино-Виттена, в то время как монодромии порождают алгебру Хопфа. Л.Фаддеев и И.Френкель предположили, что существует соответствие на следующем уровне для групп двойных петель и квадратичными алгебрами (алгебры Складина). Последние можно рассматривать как "эллиптическую деформацию" квантовых групп. Коммутационные соотношения в этих алгебрах определяются квантовыми R-матрицами. Мы доказали эту гипотезу квази-классически, используя Пуассонову редукцию и формализм скобок Дирака. Аналогом действия Весса-Зумино-Виттена является геометрическое действие для центрально-расширенной группы двойных петель. Планируется применить квантовую процедуру Дирака и доказать гипотезу Фаддеева-Френкеля в полном объеме. Попутно мы рассчитываем получить квантовые R-матрицы из первых принципов, а также описать новые представления группы двойных петель в терминах представлений алгебр Складина.