Уроки №35-36 15.12.07

Квадратные уравнения. Дискриминант

---

1. Решение некоторых квадратных уравнений (на доске)

а) $x^2 - 2x + 1 = 0$; в) $x^2 - 2x - 5 = 0$; д) $3x^2 - 6x + 5 = 0$;

б) $x^2 - 2x + 3 = 0$; г) $x^2 + 3x - 5 = 0$; е) $ax^2 - bx + c = 0,\ a \neq 0$.

2. Количество корней квадратного уравнения. Дискриминант Сколько может быть корней у квадратного уравнения? Приведите примеры. Попробуйте обосновать, почему других вариантов быть не может. Давайте рассмотрим подробно решение последнего уравнения:

$$ax^2 - bx + c = 0,\ a \neq 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2\frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \Leftrightarrow \left(x - \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Заметим, что значение выражения в левой части неотрицательно, а значение знаменателя выражения в правой части — положительно. Поэтому, когда числитель выражения в правой части меньше нуля, уравнение корней не имеет, а когда больше нуля — имеет два корня, и их можно явно найти. Таким образом, количество корней квадратного уравнения зависит от знака величины $b^2 - 4ac$. В случае, если $b^2 - 4ac \geq 0$,

$$\left(x - \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \Leftrightarrow x - \frac{b}{2a} = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

В том и только том случае, если $b^2 - 4ac = 0$, $-b + \sqrt{b^2 - 4ac} = -b - \sqrt{b^2 - 4ac}$, и два разных корня совпадут. В этом случае принято говорить, что уравнение имеет не один, а *два совпадающих корня.*

3. Основные определения

***Определение* 1.** Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ называется *квадратным уравнением.* Коэффициент a называется *старшим коэффициентом*, b —*линейным коэффициентом*, c — *свободным членом.*

***Определение* 2.** Выражение $b^2 - 4ac$ называется *дискриминантом* квадратного уравнения, обозначается буквой D.

***Определение* 3.** Квадратное уравнение, в котором линейный коэффициент или свободный член равны нулю, называется *неполным* квадратным уравнением.

***Определение* 4.** Квадратное уравнение со старшим коэффициентом, равным единице, называется *приведённым* квадратным уравнением.

4. Решение задач

5.3бв, 5.4в, 5.7б, 5.8б, 5.10в, 5.11в

5. Домашнее задание

5.3г, 5.4б, 5.7а, 5.8а, 5.11б, 5.12в, 5.13

Уроки №37-38 19.12.07

Квадратные уравнения. Дискриминант

---

1. Решение квадратных уравнений при помощи дискриминанта

Решение задач 5.20-5.34