Тест по алгебре
Арифметический квадратный корень

I вариант

8В класс, 24 октября 2007

1. Вставьте пропущенные слова:

***Определение* 1.** Арифметическим квадратным корнем из $\square$ числа a называется такое $\square$ число, $\square$ которого равен a.

Арифметический квадратный корень из числа a ($a \geqslant 0$) обозначается так: $\square$. Число a называется $\square$ выражением. Действие нахождения квадратного корня из числа называется $\square$ квадратного корня.

Примеры:

1) $\sqrt{196} = \square$; 2) $\sqrt{-256}\ \square$; 3) $\sqrt{(-3)^2} = \square$.

***Теорема* 1.** *Для любого числа a справедливо равенство*

$$\sqrt{a^2} = \square.$$

◊ Рассмотрим два случая: $\square$ и $\square$:

1) Если $\square$, то по определению арифметического корня

$$\sqrt{a^2} = \square.$$

2) Если $\square$, то $-a\ \square$ и поэтому

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{\square} = \square.$$

Таким образом,

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} \square, & \text{если } \square \\ \square, & \text{если } \square \end{cases}$$

т.е. $\sqrt{a^2} = \square$. ♦

***Теорема* 2.** *Сумма двух рациональных чисел есть число рациональное.*

◊ Пусть числа a и b — рациональные. Тогда a можно представить в виде $\square$, где $\square$ — $\square$ число, а $\square$ — $\square$ число. Аналогично b можно представить в виде $\square$, где $\square$ — $\square$ число, а $\square$ — $\square$.

Сумма чисел a и b будет равна:

$$a + b = \square + \square = \frac{\square}{\square}.$$

Число $\square$ — натуральное, а $\square$ — целое. Значит, число $\square = \square - \square$. ♦

2. Запишите **только ответ** к задаче:

$$\sqrt{30a^7 \cdot 45b^3 \cdot 75b^5 \cdot 98a^3} =$$

3. Представьте число в виде бесконечной периодической десятичной дроби (запишите только ответ):

$$\frac{13}{22} =$$

Тест по алгебре
Арифметический квадратный корень
II вариант
8В класс, 24 октября 2007

1. Вставьте пропущенные слова:

Теорема 1. *Если $a > b > 0$, то $\sqrt{a}\ \boxed{\quad}\ \sqrt{b}$.*

$\Diamond$ Предположим обратное. Пусть $\sqrt{a}\ \boxed{\quad}\ \sqrt{b}$, тогда возведём обе части неравенства в $\boxed{\qquad\qquad}$. Поскольку обе части неравенства $\boxed{\qquad\qquad\qquad}$, при возведении в $\boxed{\qquad\qquad}$ знак неравенства $\boxed{\qquad\qquad\qquad}$. Получим $\boxed{\qquad}$, что противоречит условию. $\blacklozenge$

Теорема 2. *Разность двух рациональных чисел есть число рациональное.*

$\Diamond$ Пусть числа a и b — рациональные. Тогда a можно представить в виде $\boxed{\quad}$, где $\boxed{\quad}$ — $\boxed{\qquad\qquad}$ число, а $\boxed{\quad}$ — $\boxed{\qquad\qquad\qquad}$ число. Аналогично b можно представить в виде $\boxed{\quad}$, где $\boxed{\quad}$ — $\boxed{\qquad\qquad}$ число, а $\boxed{\quad}$ — $\boxed{\qquad\qquad\qquad}$.

Разность чисел a и b будет равна:

$$a - b = \boxed{\quad} - \boxed{\quad} = \frac{\boxed{\qquad\qquad}}{\boxed{\quad}}.$$

Число $\boxed{\quad}$ — натуральное, а $\boxed{\qquad\qquad}$ — целое. Значит, число $\boxed{\qquad}$ = $\boxed{\qquad}$ — $\boxed{\qquad\qquad\qquad}$. $\blacklozenge$

Теорема 3. *Среднее арифметическое двух положительных чисел a и b $\boxed{\qquad\qquad\qquad}$ среднего геометрического этих чисел:*

$$\frac{a+b}{2}\ \boxed{\quad}\ \boxed{\qquad}.$$

$\Diamond$ Докажем, что

$$\boxed{\qquad\qquad\qquad} \geqslant 0.$$

$$\boxed{\qquad\qquad\qquad} = \frac{\boxed{\qquad\qquad\qquad}}{2} = \frac{\boxed{\qquad\qquad\qquad}}{2}\ \boxed{\quad}\ 0.$$

Значит,

$$\frac{a+b}{2}\ \boxed{\quad}\ \boxed{\qquad}.$$

$\blacklozenge$

2. Запишите **только ответ** к задаче:

$$\sqrt{8} + \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{32}} =$$

3. Переведите бесконечную периодическую дробь в обыкновенную (запишите только ответ):

$$0,2(35) =$$

Тест по алгебре
Арифметический квадратный корень

III вариант

8В класс, 24 октября 2007

1. Вставьте пропущенные слова:

Теорема 1. *Корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней из этих множителей. Т.е. если a* ____ *, b* ____ *, то справедливо равенство*

$$\square.$$

◊ Для того, чтобы доказать, что $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ есть ____ квадратный корень из ab, надо доказать, что: 1) ____ ; и 2) ____.

1) По определению квадратного корня ____, ____, поэтому ____.

2) По свойству степени произведения и определению квадратного корня

$$(\sqrt{a}\cdot\sqrt{b})^2 = \square = \square.$$

♦

Теорема 2. *Если r_1 и r_2 — рациональные числа, причём $r_2 \neq 0$, то их частное — рациональное число.*

◊ Т. к. число r_1 — ____, его можно представить в виде ____, где ____ — ____ число, а ____ — ____ число. Аналогично r_2 можно представить в виде ____, где ____ — ____ число, а ____ — ____.

Частное чисел r_1 и r_2 будет равно:

$$r_1 \cdot r_2 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}.$$

Если ____ — число положительное, то число ____ — натуральное, а ____ — целое. Если же ____ — ____, умножим числитель и знаменатель дроби на ____. Тогда число ____ — натуральное, а ____ — целое. Значит, число $\frac{r_1}{r_2}$ — ____. ♦

2. 4.30 Известно, что сумма и разность двух чисел a и b есть рациональные числа. Докажите, что числа a и b также являются рациональными.

◊ Если сложить сумму и разность чисел a и b, получится ____. Сумма двух рациональных чисел есть число ____. Поделим сумму на два. Частное двух ____ чисел есть число ____, поэтому ____ — ____.

Если ____ из суммы чисел a и b их ____, получится ____. ____ двух рациональных чисел есть число ____, поэтому ____ — рационально. Проводя аналогичные рассуждения, получаем, что ____ — ____. ♦

3. Запишите **только ответ** к задаче:

$$\sqrt{30a^7 \cdot 45b^3 \cdot 75b^5 \cdot 98a^3} =$$

Тест по алгебре
Арифметический квадратный корень

IV вариант

8В класс, 24 октября 2007

1. Вставьте пропущенные слова:

Теорема 1. *Если числитель дроби неотрицателен, а знаменатель* $\boxed{\quad}$, *то корень из дроби равен корню из числителя, делённому на корень из знаменателя. Т.е. если a* $\boxed{\quad}$, *b* $\boxed{\quad}$, *то справедливо равенство*

$$\boxed{\quad}.$$

◊ Для того, чтобы доказать, что $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ есть $\boxed{\quad}$ квадратный корень из $\frac{a}{b}$, надо доказать, что: 1) $\boxed{\quad}$; и 2) $\boxed{\quad}$.

1) По определению квадратного корня, с учётом условия положительности b, имеем, что $\boxed{\quad}$ и $\boxed{\quad}$. Поэтому $\boxed{\quad}$.

2) По свойству возведения дроби в степень произведения и определению квадратного корня

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \boxed{\quad} = \boxed{\quad}.$$

♦

2. 4.39а Докажите, что число $1+\sqrt{2}$ — иррационально.

◊ Предположим, что число $1+\sqrt{2}$ — $\boxed{\quad}$. Так как разность двух рациональных чисел — $\boxed{\quad}$, вычтем из него единицу. Получим, что число $\boxed{\quad}$ — $\boxed{\quad}$. Но число $\boxed{\quad}$ является корнем из $\boxed{\quad}$, поэтому оно либо $\boxed{\quad}$, либо $\boxed{\quad}$. Так как $1^2 = 1 < 2$, а $2^2 = 4 > 2$, оно не $\boxed{\quad}$. Значит, оно $\boxed{\quad}$. Получили противоречие. Следовательно, число $\boxed{\quad}$ — иррационально. ♦

3. 4.39б Докажите, что число $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ — иррационально.

◊ Предположим, что число $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ — $\boxed{\quad}$. Возведём его в квадрат, получим $5+2\sqrt{6}$ — оно тоже должно быть $\boxed{\quad}$. По теореме о корне из $\boxed{\quad}$ числа, число $\sqrt{6}$ — $\boxed{\quad}$. Значит, число $5+2\sqrt{6}$ — $\boxed{\quad}$. Получили противоречие. Следовательно, число $\boxed{\quad}$ — иррационально. ♦

4. Запишите **только ответ** к задаче 4.57в:

$$\sqrt{30a^7 \cdot 45b^3 \cdot 75b^5 \cdot 98a^3} =$$

5. Представьте число в виде бесконечной периодической десятичной дроби (запишите только ответ):

$$\frac{13}{22} =$$

Тест по алгебре
Арифметический квадратный корень

V вариант

8В класс, 24 октября 2007

1. Вставьте пропущенные слова:

***Определение* 1.** Рациональным числом называется число, которое можно представить в виде дроби $\square$, где $\square$ — $\square$ число, а $\square$ — $\square$.

Любое рациональное число можно представить в виде $\square$ десятичной дроби, либо в виде $\square$ десятичной дроби.

***Определение* 2.** Все числа на прямой образуют множество $\square$ чисел. Это множество обозначается буквой $\square$.

***Определение* 3.** Действительные числа, не являющиеся рациональными, называются $\square$ числами.

***Теорема* 1.** *Если a — натуральное число, то $\sqrt{a}$ — число либо натуральное, либо иррациональное.*

$\Diamond$ Предположим, что $\sqrt{a}$ — рациональное число. Тогда $\sqrt{a} = \square$, где $\square \in \square$, а $\square \in \square$, причём числа $\square$ и $\square$ — $\square$ (в противном случае сократим дробь). Тогда $a = \square$, т. е. $\square \in \square$. Но числа $\square^2$ и $\square^2$ не имеют общих делителей, кроме единицы, так как числа $\square$ и $\square$ — $\square$. Значит, $\square^2 = 1$. Значит, $\sqrt{a}$ — натуральное. $\blacklozenge$

***Теорема* 2.** *Для любых неотрицательных чисел a и b верно, что*

$$\frac{a+b}{2} \geqslant \sqrt{ab},$$

причём равенство достигается только при $\square$.

$\Diamond$ Докажем, что

$$\square.$$

Так как $a \geqslant 0$, $b \geqslant 0$, получаем, что

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{\square}{2} = \square$$

Так как квадрат числа всегда $\square$, то

$$\square \geqslant 0, \qquad \text{откуда} \qquad \square \geqslant 0, \qquad \text{откуда} \qquad \frac{a+b}{2} \geqslant \sqrt{ab},$$

причём равенство достигается только при $\square$. $\blacklozenge$

***Теорема* 3.** *Произведение двух рациональных чисел есть число рациональное.*

$\Diamond$ Пусть числа a и b — рациональные. Тогда a можно представить в виде $\square$, где $\square$ — $\square$ число, а $\square$ — $\square$ число. Аналогично b можно представить в виде $\square$, где $\square$ — $\square$ число, а $\square$ — $\square$.

Произведение чисел a и b будет равно:

$$a \cdot b = \square \cdot \square = \frac{\square}{\square}.$$

Число $\square$ — натуральное, а $\square$ — целое. Значит, число $\square = \square$ — $\square$. $\blacklozenge$