

5. Ромб и квадрат (19.09.2007)

1. Докажите, что диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.
2. (Обратные утверждения.) Докажите, что параллелограмм является ромбом, если а) его диагонали взаимно перпендикулярны; б) диагональ параллелограмма является биссектрисой его угла.
3. В ромбе одна из диагоналей равна стороне. Найдите углы ромба.
4. На каждой стороне квадрата взяли по одной точке так, чтобы они являлись вершинами прямоугольника, стороны которого параллельны диагоналям квадрата. Найдите периметр прямоугольника, если диагональ квадрата равна b .
5. Угол при вершине A ромба $ABCD$ равен 60° . На сторонах AB и BC взяли соответственно точки M и N , причём $AM = BN$. Докажите, что треугольник DMN равносторонний.
6. Вершины M и N равностороннего треугольника BMN лежат соответственно на сторонах CD и AD квадрата $ABCD$. Докажите, что $MN \parallel AC$.
7. Точка P — середина стороны BC квадрата $ABCD$. Точки Q и R выбраны на стороне AD таким образом, что $4AQ = 4DR = AD$. Найдите сумму углов ACQ , BRP и ABQ .
8. На двух сторонах треугольника вне его построены квадраты. Докажите, что отрезок, соединяющий концы сторон квадратов, выходящих из одной вершины треугольника, в два раза больше медианы треугольника, выходящей из той же вершины.

Дополнительные задачи

- 1) Докажите, что биссектрисы углов параллелограмма при пересечении образуют прямоугольник, диагонали которого параллельны сторонам параллелограмма и равны разности соседних сторон параллелограмма.
- 2) Плоскость пересекает рёбра AB , BC , CD и DA пирамиды $ABCD$ в точках K , P , M и H соответственно. Известно, что $KPMH$ — параллелограмм. Докажите, что стороны этого параллелограмма параллельны AC и BD .