

8. Выпуклые многоугольники (03.10.2007)

1. Приведите пример невыпуклого 8-угольника.
2. а) Вспомните доказательство того, что сумма углов треугольника равна 180° .
б) Докажите, что сумма углов выпуклого n – угольника равна $180^\circ \cdot (n - 2)$.
3. а) Найдите углы выпуклого 10 – угольника, если известно, что они равны друг другу.
б) Сколько сторон у выпуклого многоугольника, каждый угол которого равен 108° ?
4. Понятие выпуклости определено не только для многоугольников, но и для всех фигур. *Фигура называется выпуклой, если произвольный отрезок с концами в точках, принадлежащих фигуре, полностью лежит внутри неё.* Докажите, что выпуклый многоугольник является выпуклой фигурой.
5. Какое наибольшее число острых углов может быть у выпуклого многоугольника?
6. а) В выпуклом семиугольнике проведены все диагонали, которые отрезают от него треугольник (их семь). Эти диагонали образовали семиконечную звезду. Найдите сумму углов при её лучах (то есть углов между двумя диагоналями, исходящими из одной вершины).
б) В выпуклом семиугольнике проведены все диагонали, которые не были проведены в задаче №1 (их тоже семь). Эти диагонали также образовали семиконечную звезду. Найдите сумму углов при её лучах.
7. В выпуклом шестиугольнике противоположные стороны равны и параллельны. Докажите, что диагонали, соединяющие противоположные вершины, пересекаются в одной точке.
8. а) В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $\angle D = 90^\circ$, $\angle BCD = 78^\circ$, $\angle CAB = \angle CBA$, и $AB = 2AD$. Найдите $\angle CAD$.
б) Изменится ли задача, если убрать требование о выпуклости четырёхугольника?
9. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ углы A и D равны. На стороне AD выбрана такая точка K , что $AB = BK$ и $CK = CD$. На отрезке BK выбрана такая точка L так, что $BL = CK$. Докажите, что $LA = LD$.