

## 20. Несколько теорем о пропорциональных отрезках (24.12.2007)

1. Сформулируйте и докажите утверждение, обратное теореме о пропорциональных отрезках.
2. В  $\triangle ABC$  на сторонах  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  отмечены точки  $C_1$ ,  $A_1$  и  $B_1$  соответственно так, что  $A_1C_1 \parallel AC$ , а  $A_1B_1 \parallel AB$ . Докажите, что  $\frac{A_1C_1}{B_1C} = \frac{BC_1}{A_1B_1}$ .
3. В  $\triangle ABC$  на сторонах  $AB$  и  $BC$  точки  $C_1$  и  $A_1$  соответственно так, что  $A_1C_1 \parallel AC$ . Докажите, что  $\frac{BC_1}{AB} = \frac{BA_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC}$ .
4. Отрезки  $AB$  и  $CD$  параллельны, а отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что  $\frac{AO}{OC} = \frac{BO}{OD} = \frac{AB}{CD}$ .
5. Сформулируйте и докажите обратные утверждения к двум предыдущим задачам.
6. В  $\triangle ABC$  проведена биссектриса  $BB_1$ . На продолжении стороны  $AB$  за точку  $B$  выбрана точка  $D$  так, что  $BD = BC$ . Докажите, что  $\frac{AB_1}{B_1C} = \frac{AB}{BD}$ .
7. Докажите, что отношение отрезков, на которые биссектриса разбивает одну из сторон треугольника, равно отношению двух других сторон треугольника.
8. Определите, в каком отношении точка пересечения медиан делит каждую медиану треугольника.