

## 32. sin, cos, tg, ctg (13.02.2008)

1. Докажите, что если острый угол одного прямоугольного треугольника равен острому углу другого прямоугольного треугольника, то синусы, косинусы, тангенсы и котангенсы этих углов равны.  
*Таким образом,  $\sin \alpha$ , где  $\alpha$  — некоторый острый угол, зависит только от величины  $\alpha$  и не зависит от треугольника, с помощью которого определяется. Для остальных тригонометрических функций всё аналогично.*
2. а) Докажите, что  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ .  
б) Докажите **основное тригонометрическое тождество**:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ .
3. Найдите значение тригонометрических функций для углов  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ .
4. Найдите коэффициент подобия треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C$ , где  $A_1$  и  $B_1$  — основания высот, опущенных на стороны  $BC$  и  $AC$ , если  $\angle C = \gamma$ .
5. а) Докажите, что  $\sin(90^\circ - \varphi) = \cos \varphi$ ,  $\cos(90^\circ - \varphi) = \sin \varphi$ .  
б)  $ABCD$  — равнобедренная трапеция с большим основанием  $AD$ . Диагональ  $AC$  равна  $a$  и образует с  $AD$  и  $AB$  углы  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно. Найдите основания трапеции.
6. Высота прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе, равна  $h$  и образует угол  $\alpha$  с медианой, проведённой из той же вершины. Найдите катеты треугольника.
7. Стороны параллелограмма равны  $a$  и  $b$ , а острый угол между ними равен  $\alpha$ . Найдите стороны и диагонали четырёхугольника, образованного пересечением биссектрис внутренних углов параллелограмма.
8. Найдите  $\operatorname{tg} 15^\circ$ ,  $\sin 15^\circ$ .
9. **Золотым сечением** называется деление отрезка  $AB$  на два меньших  $AC$  и  $CB$  таким образом, что  $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{CB}$ .  
а) Найдите, чему равно отношение золотого сечения.  
б) Докажите, что любые две диагонали правильного пятиугольника делят друг друга в золотом сечении.  
в) Определите, чему равен  $\cos 36^\circ$ .