

### 35. Вписанные углы (продолжение) (03.03.2008)

1. Докажите, что перпендикуляр, опущенный из центра окружности на произвольную хорду, проходит через середину этой хорды.
2. Даны диаметр  $AB$ , перпендикулярная ему хорда  $CD$  и точка  $M$  окружности, отличная от названных. Докажите, что лучи  $MA$  и  $MB$  делят пополам углы, образованные пересечением прямых  $MC$  и  $MD$ .
3. а) Угловые величины противоположных дуг, высекаемых на окружности пересекающимися хордами, равны  $\alpha$  и  $\beta$ . Найдите угол между хордами.  
б) Угловые величины дуг, заключённых между хордами, продолжения которых пересекаются вне круга, равны  $\alpha$  и  $\beta$  ( $\alpha > \beta$ ). Найдите угол между продолжениями хорд.
4. Вершины четырёхугольника  $ABCD$  лежат на одной окружности. Продолжения сторон  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $M$ , а сторон  $AD$  и  $BC$  — в точке  $N$ . Докажите, что биссектрисы углов  $AMD$  и  $DNC$  взаимно перпендикулярны.
5. К двум окружностям, пересекающимся в точках  $K$  и  $M$ , проведена общая касательная. Докажите, что если  $A$  и  $B$  — точки касания, то  $\angle AMB + \angle AKB = 180^\circ$ .
6.  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  — высоты остроугольного треугольника  $ABC$ . Точка  $D$  — проекция точки  $C_1$  на высоту  $BB_1$ . Оказалось, что точки  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $D$  лежат на одной окружности. Какие значения может принимать величина угла  $BAC$ ?
7. Две окружности пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . В точке  $A$  к обеим окружностям проведены касательные, пересекающие окружности в точках  $M$  и  $N$ . Прямые  $BM$  и  $BN$  пересекают окружности ещё раз в точках  $P$  и  $Q$  ( $P$  — на прямой  $BM$ ,  $Q$  — на прямой  $BN$ ). Докажите, что отрезки  $MP$  и  $NQ$  равны.