

Геометрия, 8 "В", 13 февраля, домашнее задание.

1) (Сделайте крупный и красивый чертёж.) Пусть в треугольнике ABC AA_1 , BB_1 , CC_1 — высоты, A_2 , B_2 , C_2 — середины сторон BC , AC и AB соответственно, H — ортоцентр, A_3 , B_3 , C_3 — середины отрезков AH , BH и CH соответственно. Докажите, что $A_3C_3A_2C_2$ — прямоугольник. Опишите окружность вокруг него. Где расположен её центр?

2) (Продолжение.) Докажите, что точки A_2 , B_2 , C_2 , A_3 , B_3 , C_3 лежат на одной окружности (на той же самой).

3) (Продолжение.) Докажите, что точки A_1 , B_1 , C_1 лежат на этой же окружности. Эта окружность называется *окружностью девяти точек* или *окружностью Эйлера* треугольника ABC .

4) Может ли окружность девяти точек содержать вершину треугольника? Если да, то при каких условиях?

5) Дана равнобедренная трапеция $ABCD$. Из вершины C меньшего основания BC опущен перпендикуляр CP на прямую AB и перпендикуляр CQ на прямую BD . Прямая PQ пересекает основание AD в точке W . Докажите, что отрезок AW равен средней линии трапеции.

6) Три прямые пересекаются в одной точке так, что угол между любыми двумя из них равен 60° . Из некоторой точки P опущены перпендикуляры PA , PB , PC на эти прямые. Докажите, что треугольник ABC равносторонний.

7) В треугольнике ABC высоты AA_1 и BB_1 пересекаются в точке H . Окружность, проходящая через C и H , пересекает стороны CA и CB треугольника соответственно в точках P и Q (отличных от B_1 и A_1). Отрезки A_1B_1 и PQ пересекаются в точке S . Докажите, что $PQ \perp HS$.

8) Углы остроугольного треугольника равны α , β , γ . Найдите величины дуг окружности Эйлера этого треугольника, которые находятся вне этого треугольника.