Геометрия, 8 "В", 17 марта, домашнее задание. Избранные задачи с зачёта. Довольно трудные в общем-то. Задачу, сданную на зачёте, можно не делать.

1) В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CH к гипотенузе AB. Отрезки CL, HM и HN суть биссектрисы треугольников ABC, ACH и CBH соответственно. Докажите, что точки C, L, H, N, M коцикличны.

2) Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B. Прямая O_1A вторично пересекает окружность с центром O_2 в точке C. докажите, что точки O_1, B, O_2 и C лежат на одной окружности.

3) I — центр вписанной окружности треугольника ABC. Докажите, что прямая AI проходит через центр описанной окружности треугольника CIB.

4) Два квадрата, $ABCD$ и $APQR$ имеют общую вершину (нумерация вершин против часовой стрелки). Докажите, что прямые BP, CQ и DR пересекаются в одной точке.

5) $ABCD$ — вписанный четырёхугольник. Докажите, что центры вписанных окружностей треугольников ABC, BCD, CDA и DAB суть вершины прямоугольника.

6) В остроугольном неравнобедренном треугольнике ABC биссектриса угла между высотами AA_1 и CC_1 пересекает стороны AB и ВС в точках P и Q соответственно. Биссектриса угла B пересекает отрезок, соединяющий ортоцентр треугольника ABC с серединой стороны AC в точке R . Докажите, что точки P, B, Q и R лежат на одной окружности.

7) Дан параллелограмм $ABCD$. От лучей BC и DC во внешнюю сторону параллелограмма отложены равные углы $\angle CBM$ и $\angle CDM$. Докажите, что $\angle BMA = \angle CMD$.